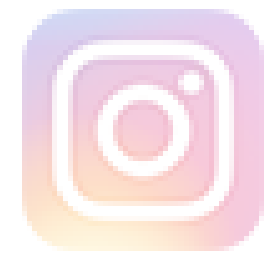




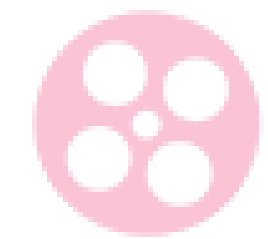
جزوه تست ریاضی تجربی  
مبحث: پیشه‌ستگی  
تهیه و تنظیم: گروه آموزشی مکهب



@konkoorname



cubeeeducationalgroup



cubeeeducationalgroup



@konkoorname



cubeeeducationalgroup

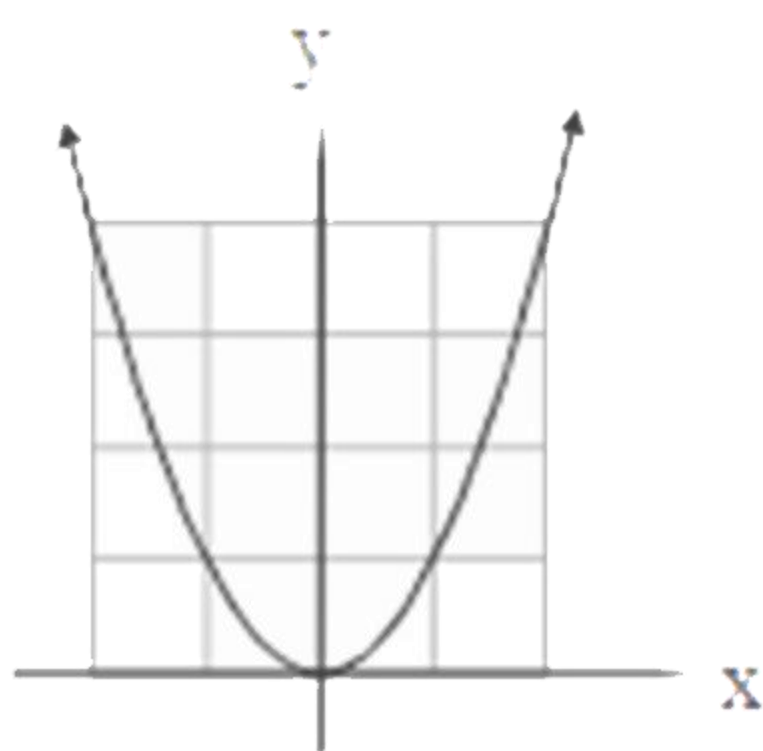


cubeeeducationalgroup

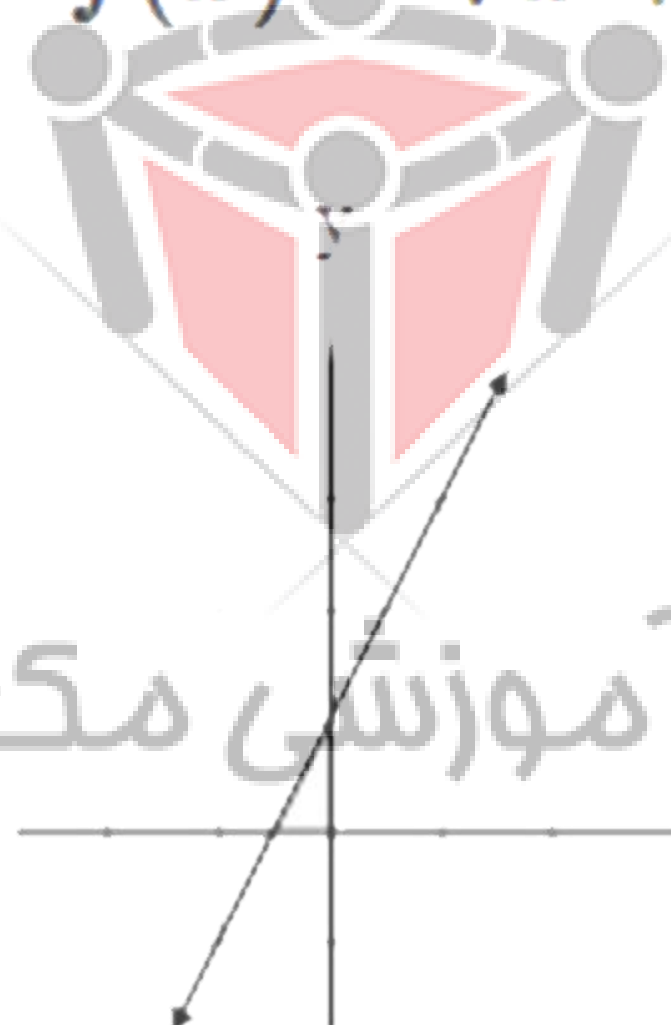
# پیوستگی:

به نمودارهای تابع‌های زیر که رسم شده‌اند دقت کنید:

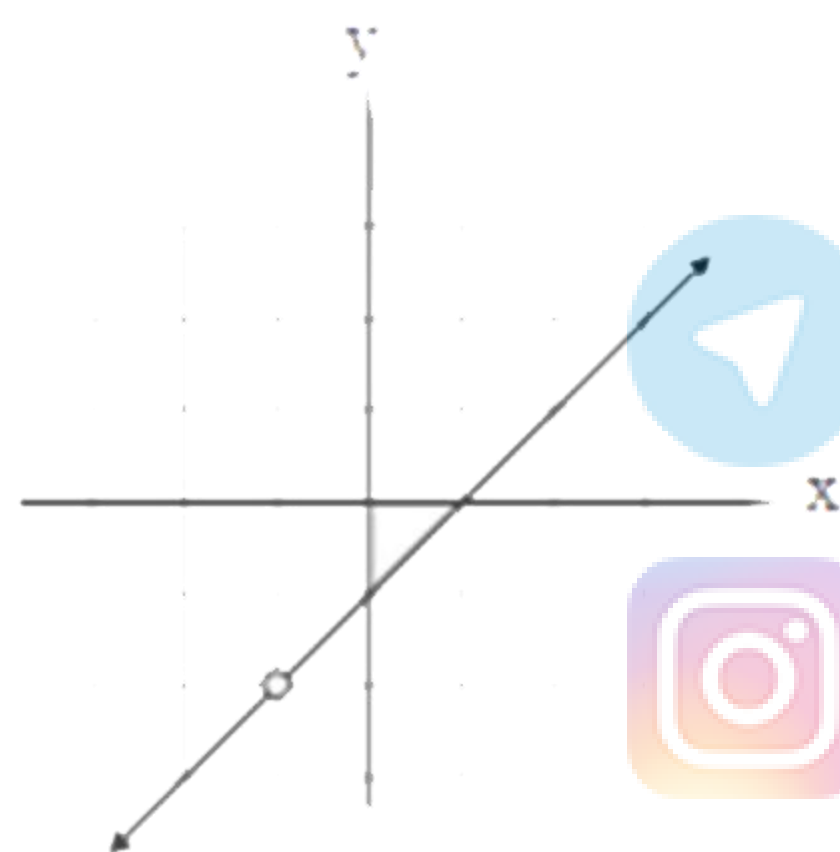
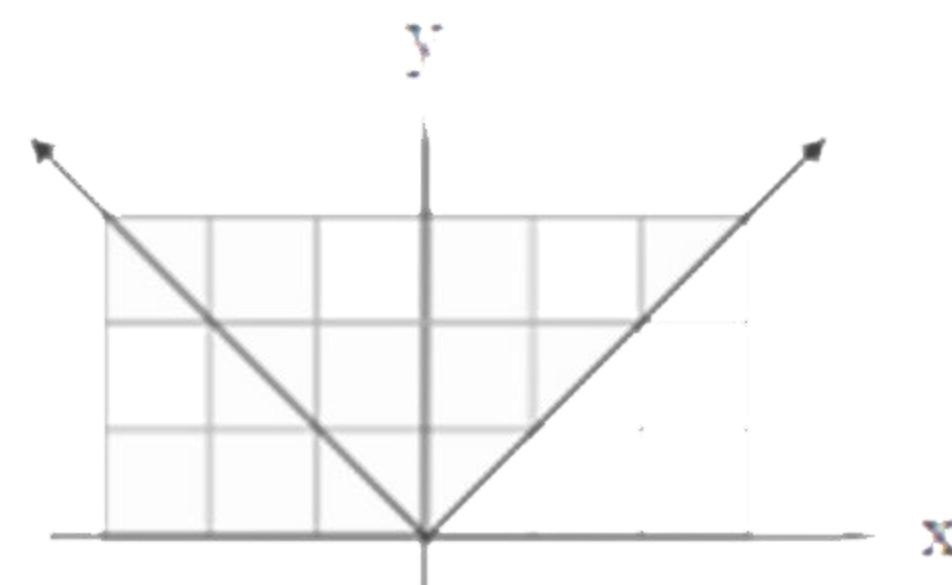
$$f(x) = x^2$$



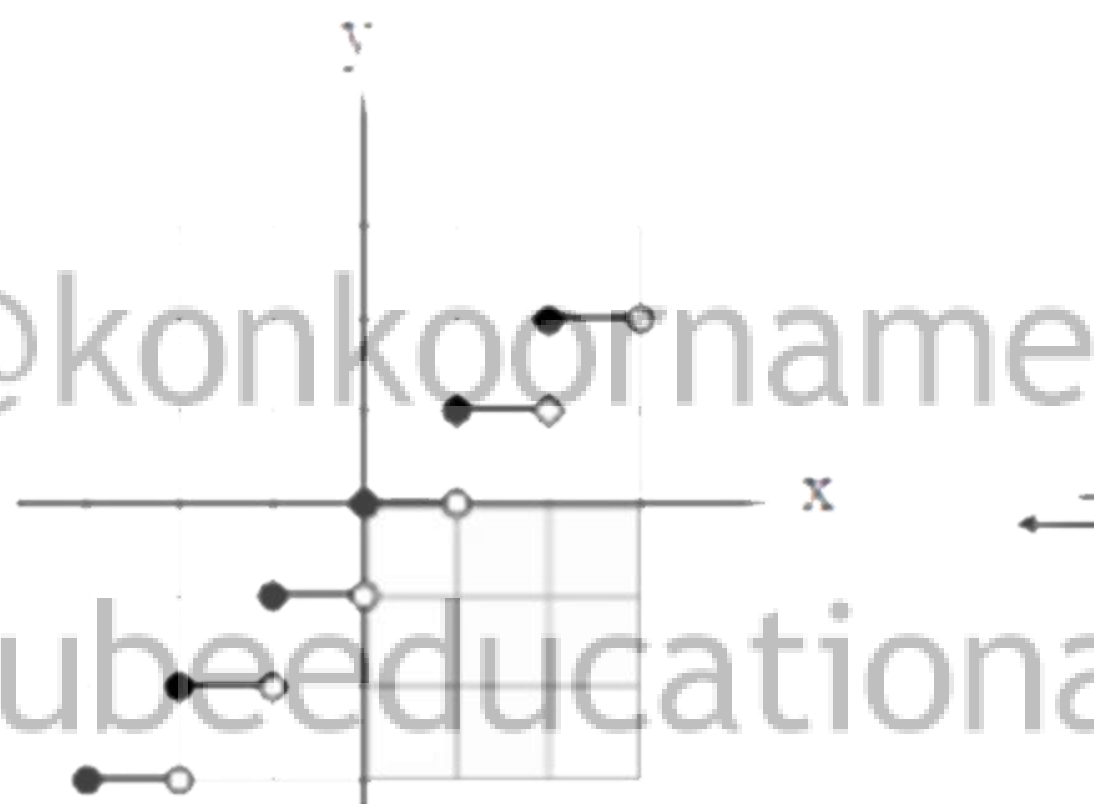
$$f(x) = 2x + 1$$



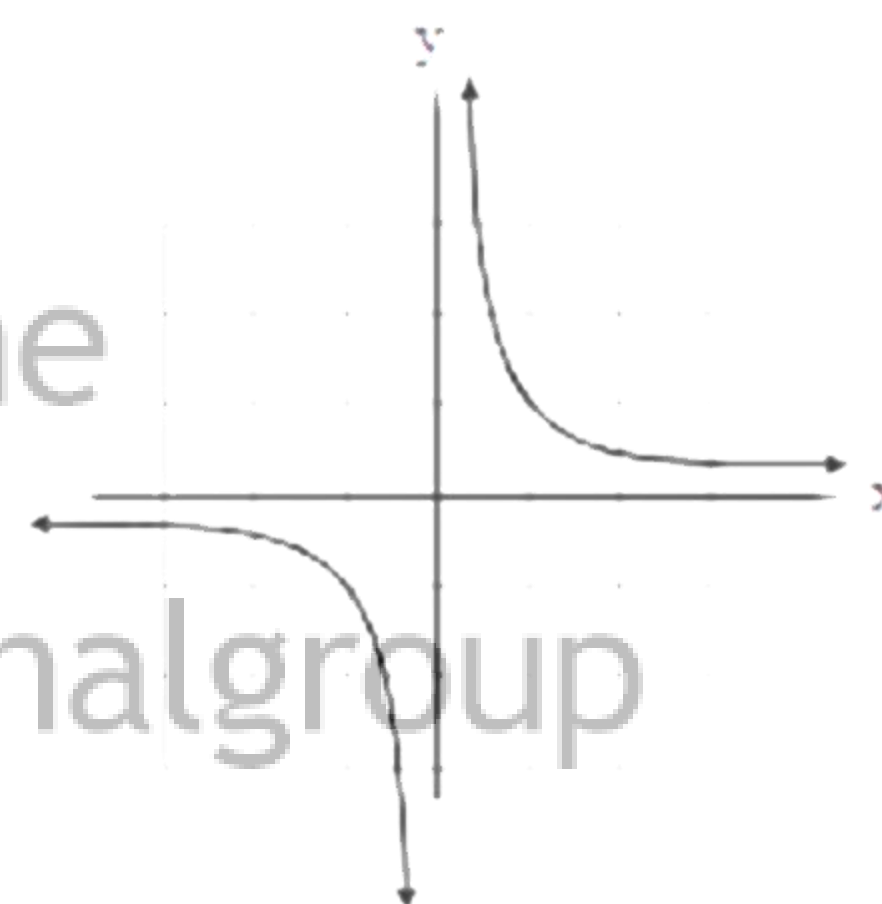
$$f(x) = |x|$$



$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$$



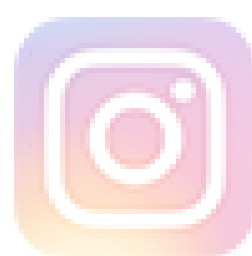
$$f(x) = [x]$$



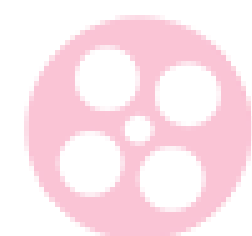
$$f(x) = \frac{1}{x}$$

گروه آموزشی مکعب

@konkoorname



cubeeeducationalgroup



cubeeeducationalgroup



@konkoorname



cubeeeducationalgroup



cubeeeducationalgroup

## پیوستگی:

نمودارهای ردیف اول را می توان بدون آنکه قلم را از روی کاغذ برداشت، رسم کرد. این سه تابع نمونه ای از توابع پیوسته هستند. نمودارهای ردیف دوم پیوسته نیستند.

## پیوستگی در نقطه

تابع  $f$  در نقطه  $x=c$  را پیوسته می نامیم هرگاه:  $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$  ( $c \in R$ )

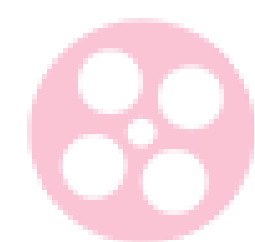
به عبارت دیگر برای آن که تابع  $f$  در  $c$  پیوسته باشد باید  $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$  و  $f(c)$  هر دو موجود و با هم برابر باشند، در غیر این صورت تابع را در  $x=c$  ناپیوسته می نامیم.

در نمودارهای زیر ناپیوسته بودن یک تابع در نقطه  $c$  در شرایط مختلف نمایش داده شده است:

@konkoorname



cubeeducationalgroup



cubeeducationalgroup



@konkoorname

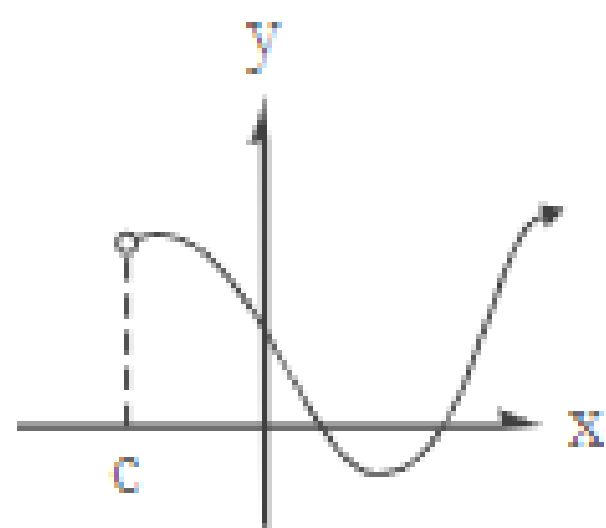


cubeeducationalgroup



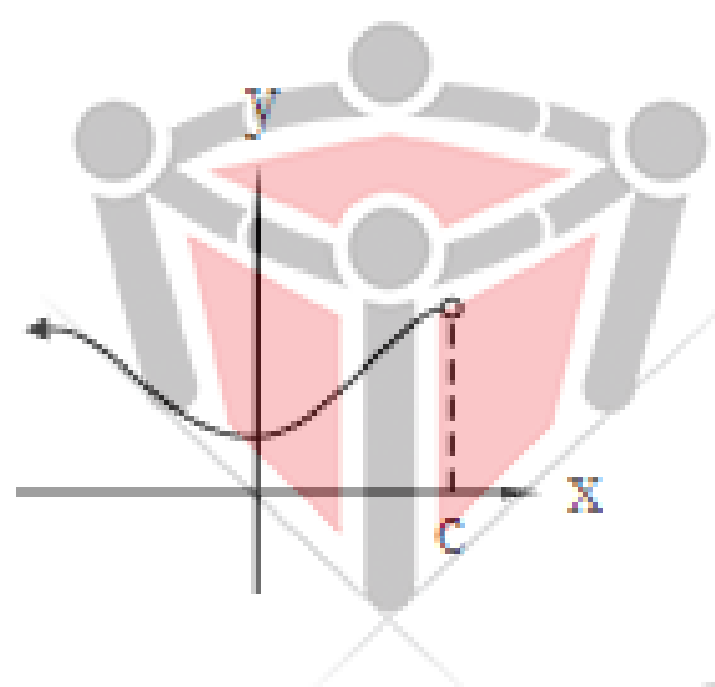
cubeeducationalgroup

# پیوستگی در نقطه:



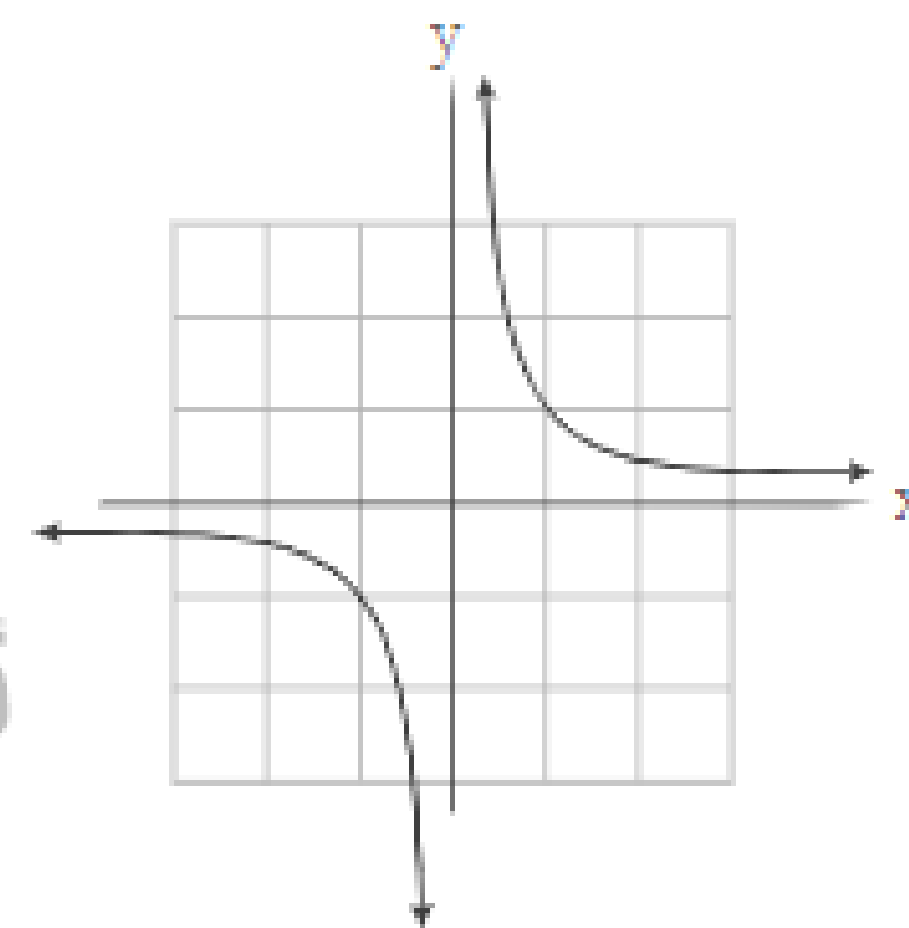
وجود ندارد

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) =$$



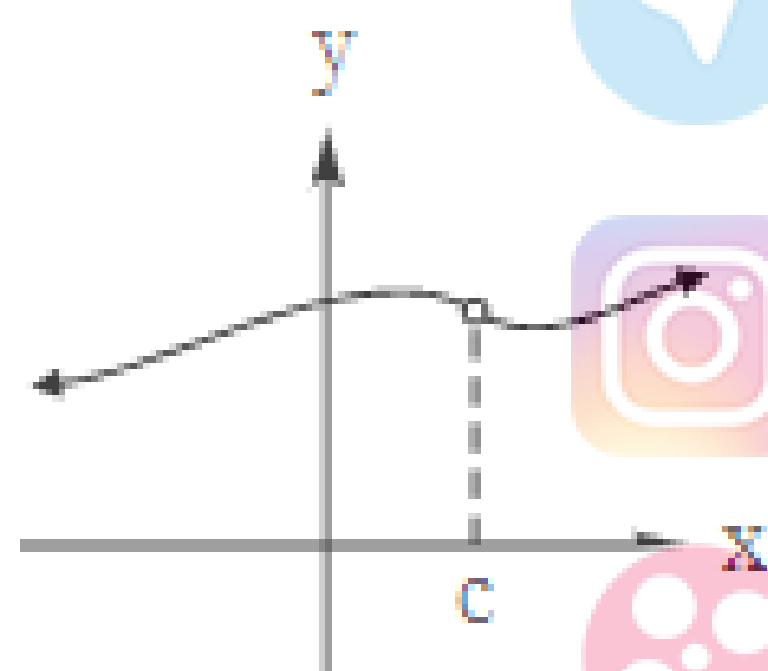
وجود ندارد

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) =$$



وجود ندارد  $\lim_{x \rightarrow c} f(x) =$

گروه آموزشی مکعب



وجود ندارد  $f(c) =$

@konkoorname

cubeducationalgroup  $\lim_{x \rightarrow c} f(x) \neq f(c)$

cubeducationalgroup  $\lim_{x \rightarrow c} f(x) \neq f(c)$

نکته :

تابع  $f$  در  $x=c$  پیوسته است، هرگاه تابع  $f$  در  $c$  هم پیوستگی راست و هم پیوستگی چپ داشته باشد.

پیوستگی روی یک بازه

تابع  $f$  روی بازه  $(a, b)$  پیوسته است، هرگاه در هر نقطه این بازه پیوسته باشد.

تابع  $f$  روی بازه  $[a, b]$  پیوسته است، هرگاه  $f$  در بازه  $(a, b)$  پیوسته بوده و در نقطه  $a$  پیوسته راست و در نقطه  $b$  پیوسته چپ باشد.

تابع  $f$  روی بازه  $[a, b]$  پیوسته است، هرگاه  $f$  در بازه  $(a, b)$  پیوسته بوده و در نقطه  $b$  پیوسته چپ باشد.

تابع  $f$  روی بازه  $(a, b)$  پیوسته است، هرگاه  $f$  در بازه  $(a, b)$  پیوسته بوده و در نقطه  $a$  پیوسته راست باشد.

اگر  $Df=R$  و  $f$  در تمام نقاط دامنه اش پیوسته باشد، می گوییم  $f$  روی بازه  $(-\infty, +\infty)$  پیوسته است

## حل مثال:

پیوستگی تابع  $\begin{cases} -x + 3 & x < 1 \\ 2x & x \geq 1 \end{cases}$  را در  $x=1$  بررسی کنید.

پاسخ:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} h(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (-x + 3) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} h(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} 2x = 2$$

$$h(1) = 2(1) = 2$$

پس تابع  $h$  در  $x=1$  پیوستگی راست و چپ دارد. به عبارت دیگر تابع  $h$  در  $x=1$  پیوسته است.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} h(x) = h(1), \lim_{x \rightarrow 1^+} h(x) = h(1)$$

@konkoorname

cubeducationalgroup

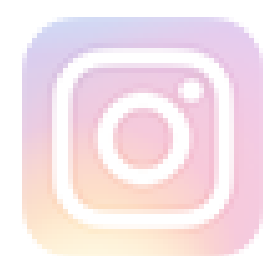
cubeducationalgroup



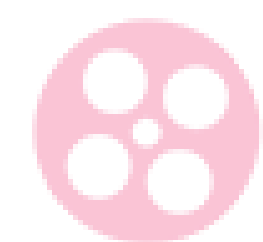
## تست های این مبحث



@konkoorname



cubeeducationalgroup



cubeeducationalgroup



@konkoorname



cubeeducationalgroup



cubeeducationalgroup



چه تعداد از موارد زیر صحیح است؟

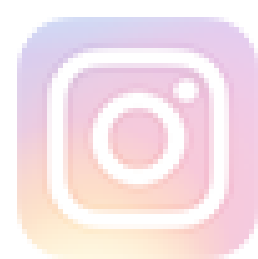
- (آ) توابع  $y = \cos x$  و  $y = \sin x$  روی  $\mathbb{R}$  پیوسته‌اند.  
(ب) تابع  $y = \log_{e,1}(x - 1)$  روی بازه  $(1, +\infty)$  پیوسته است.  
(پ) تابع  $y = x^2 - 5x + 6$  در نقاط  $x = 2$  و  $x = 3$  پیوسته نیست.  
(ت) تابع  $y = \sqrt{x + 1}$  در بازه  $(-1, +\infty)$  پیوسته است.

۱(۱)



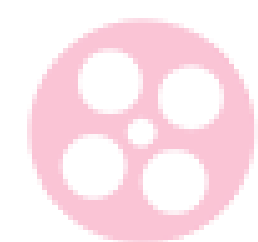
@konkoorname

۲(۲)



cubeeducationalgroup

۳(۳)



cubeeducationalgroup

۴(۴)



@konkoorname



cubeeducationalgroup



cubeeducationalgroup



به ازای کدام مقدار  $a$ ، تابع  $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & , x \leq 2 \\ a|x - 1| & , x > 2 \end{cases}$  همواره پیوسته است؟

گروه آموزشی مکعب

۱) ۲-

۲) ۳

۳) ۱-

۴) ۱

 @konkoorname

 cubeeeducationalgroup

 cubeeeducationalgroup

تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{2 - x} + 2a & , x > 2 \\ ax + b & , x \leq 2 \end{cases}$  در  $x = 2$  پیوسته است. مقدار  $f(0)$  کدام است؟

گروه آموزشی مکعب

-۲(۱)

۲(۲)

-۴(۳)

 @konkoorname

 cubeeeducationalgroup

 cubeeeducationalgroup

۴(۴)


 $f(x) = \begin{cases} \frac{[x] + m}{|x|} & , x < 2 \\ kx & , x = 2 \\ \frac{x^2 - 4}{x - 2} & , x > 2 \end{cases}$  تابع در  $x = 2$  پیوسته است. مقدار  $k \times m$  کدام است؟ ( [ ]، نماد جزء صحیح است.)

گروه آموزشی مکعب

۷(۱)

۱۴(۲)

۹(۳)

۱۸(۴)

 @konkoorname

 cubeeducationalgroup

 cubeeducationalgroup

تابع  $y = [-x]$  در کدام یک از بازه‌های زیر پیوسته است؟ ( [ ]، نماد جزء صحیح است.)

گروه آموزشی مکعب

(۱)  $(2, 4)$

(۲)  $[1, 2)$

(۳)  $[-1, 0]$

(۴)  $(-3, -2)$

 @konkoorname

 cubeeducationalgroup

 cubeeducationalgroup