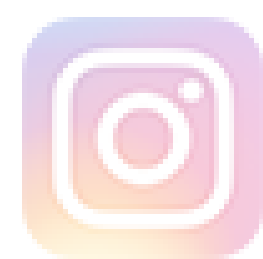




جزوه تست مسابان ۱  
مبحث: فرآیندهای مدی  
تهیه و تنظیم: گروه آموزشی مکتب



@konkoorname



cubeeducationalgroup



cubeeducationalgroup



@konkoorname



cubeeducationalgroup



cubeeducationalgroup

## فرآیندهای حدی:

در دایره‌ای به شعاع  $r$ ، چندضلعی‌های منتظم را به گونه‌ای رسم کرده‌ایم که رأس‌های آن‌ها روی محیط دایره، قرار گرفته‌اند. این چندضلعی‌ها را چندضلعی‌های محاطی می‌نامیم. مساحت چندضلعی‌ها از مساحت دایره کمتر است.



در جدول زیر مساحت تعدادی از  $n$  ضلعی‌های منتظم محاطی به شعاع  $r$  را محاسبه کرده و در جدول نوشته‌ایم

چند ضلعی منتظم محاطی	۳	۴	۵	۶	...	۱۰	۱۲	۲۰	۳۰	۴۰	...
مساحت	$1,299r^2$	$2r^2$	$2,378r^2$	$2,598r^2$	...	$2,939r^2$	$4r^2$	$3,096r^2$	$3,119r^2$	$3,129r^2$	...

## فرآیندهای حدی:

با توجه به جدول بالا مشاهده می‌کنیم که با زیاد شدن تعداد اضلاع چندضلعی محاطی، مساحت چندضلعی به مساحت دایره نزدیک می‌شود. مساحت چندضلعی‌های منتظم محاط در دایره را به هر میزان که بخواهیم می‌توانیم به مساحت دایره نزدیک‌تر کنیم، به شرط آنکه تعداد اضلاع چندضلعی را به تعداد کافی بزرگ کنیم. به بیان دیگر با افزایش تعداد اضلاع، مساحت چندضلعی‌ها به مساحت دایره نزدیک می‌شود.

اکنون چندضلعی‌های منتظم را به گونه‌ای رسم می‌کنیم که همه اضلاع بر دایره مماس باشند. این چندضلعی‌ها را چندضلعی‌های محیطی می‌نامیم. مساحت این چندضلعی‌ها از مساحت دایره بیشتر است.

 @konkoorname

     cubeeeducationalgroup

 cubeeeducationalgroup

## فرآیندهای حدی:

در جدول زیر مساحت تعدادی از  $n$  ضلعی‌های محیطی به شعاع  $r$  را محاسبه کرده و در جدول نوشته‌ایم

چند ضلعی منتظم محاطی	۳	۴	۵	۶	...	۱۰	۱۲	۲۰	۳۰	۴۰	...
مساحت	$5,916r^2$	$4r^2$	$3,633r^2$	$3,464r^2$	...	$3,249r^2$	$3,215r^2$	$3,168r^2$	$3,153r^2$	$3,148r^2$	...

با توجه به جدول بالا مشاهده می‌کنیم که با زیاد شدن تعداد اضلاع چندضلعی محیطی، مساحت چندضلعی به مساحت دایره نزدیک می‌شود. مساحت چندضلعی‌های منتظم محیط بر دایره را به هر میزان که بخواهیم، می‌توانیم به مساحت دایره نزدیک‌تر کنیم، به شرط آنکه تعداد اضلاع چندضلعی به تعداد کافی بزرگ کنیم. به بیان دیگر با افزایش تعداد اضلاع، مساحت چندضلعی‌ها به مساحت دایره نزدیک می‌شود.

## میل کردن متغیر $x$ به عدد $a$ :

\* هنگامی که می‌گوییم  $x \rightarrow a+$ ، یعنی  $x$  از راست به عدد حقیقی  $a$  نزدیک می‌شود و به عبارت دیگر  $x$  با مقادیر بیش‌تر از  $a$  به  $a$  میل می‌کند.

\* هنگامی که می‌گوییم  $x \rightarrow a-$ ، یعنی  $x$  از چپ به عدد حقیقی  $a$  نزدیک می‌شود و به عبارت دیگر  $x$  با مقادیر کمتر از  $a$  به  $a$  میل می‌کند.

گروه آموزشی مکعب

### حد چپ

فرض کنیم تابع  $f$  در بازه‌ای مانند  $(a, x_0)$  تعریف شده باشد، می‌گوییم حد چپ  $f$  در  $x_0$  برای عدد  $L$  است؛ هرگاه مقادیر تابع  $f$  را به هر اندازه دلخواه بتوان به  $L$  نزدیک کرد، به شرط آنکه  $x$  از سمت چپ به قدر کافی به  $x_0$  نزدیک شود، در این صورت می‌نویسیم:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$$

 cubeeeducationalgroup

 cubeeeducationalgroup

## حد راست

فرض کنیم تابع  $f$  در بازه‌ای مانند  $(x_0, b)$  تعریف شده باشد، می‌گوییم حد راست  $f$  در  $x_0$  برابر عدد  $L$  است؛ هرگاه مقادیر تابع  $f$  را به هر اندازه دلخواه بتوان به  $L$  نزدیک کرد، به شرط آنکه  $x$  از سمت راست به قدر کافی به  $x_0$  نزدیک شود، در این صورت می‌نویسیم:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$$

گروه آموزشی مکعب

## تعریف حد

فرض کنیم تابع  $f$  در بازه‌ای مانند  $(a, b)$  شامل نقطه  $x_0$  (به جز احتمالاً خود  $x_0$ ) تعریف شده باشد. می‌گوییم حد تابع  $f$  در  $x_0$  برابر عدد  $L$  است، هرگاه مقدار تابع  $f$  را به هر اندازه دلخواه بتوان به  $L$  نزدیک کرد؛ به شرط آنکه  $x$  از دو طرف چپ و راست) به قدر کافی به  $x_0$  نزدیک شود. در این صورت می‌نویسیم:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$$

cubeeeducationalgroup

نکته:



$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$  و  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$  اگر و تنها اگر  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$

گروه آموزشی مکعب

به طور کلی اگر درباره تابعی مانند  $f$  داشته باشیم  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$  آنگاه درباره  $f(a)$  یکی از حالت‌های زیر را خواهیم داشت:

الف -  $f(a)$  موجود نیست

 @konkoorname

ب -  $f(a)$  موجود است، اما  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \neq f(a)$

 cubeeducationalgroup

پ -  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

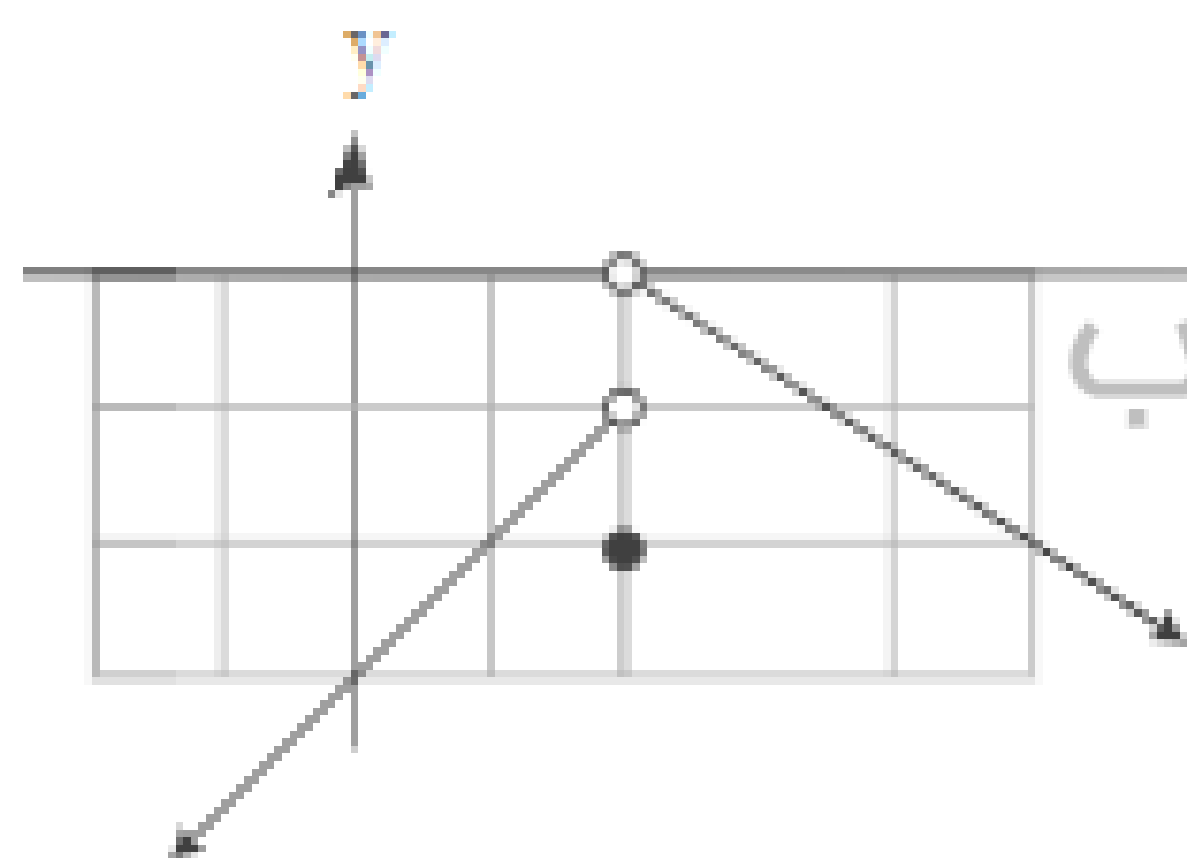
 cubeeducationalgroup

## حل مثال:

حد تابع  $f(x) = \begin{cases} -x + 2 & x > 2 \\ -2 & x = 2 \\ x - 3 & x < 2 \end{cases}$  هنگامی که  $x \rightarrow 2$  را بدست آورید.



ابتدا نمودار تابع را رسم می کنیم و داریم:



گروه آموزشی مکعب

وجود ندارد  $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 0, \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -1$

 cubeeeducationalgroup

 cubeeeducationalgroup

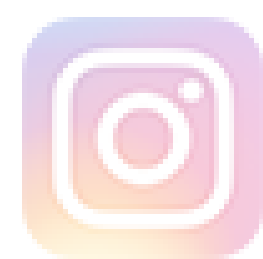




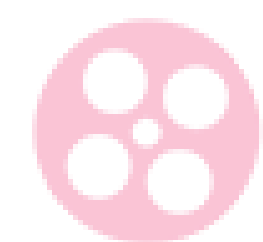
## تست های این مبحث



@konkoorname



cubeeducationalgroup



cubeeducationalgroup



@konkoorname



cubeeducationalgroup



cubeeducationalgroup

اگر نمودار دو تابع  $f$  و  $g$  به صورت مقابل باشند، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 3^-} (f - g)(x)$  کدام است؟



گروه آموزشی مکعب

۱) صفر

۲) -۳

۳) ۱

۴) وجود ندارد

 @konkoorname

 cubeeeducationalgroup

 cubeeeducationalgroup

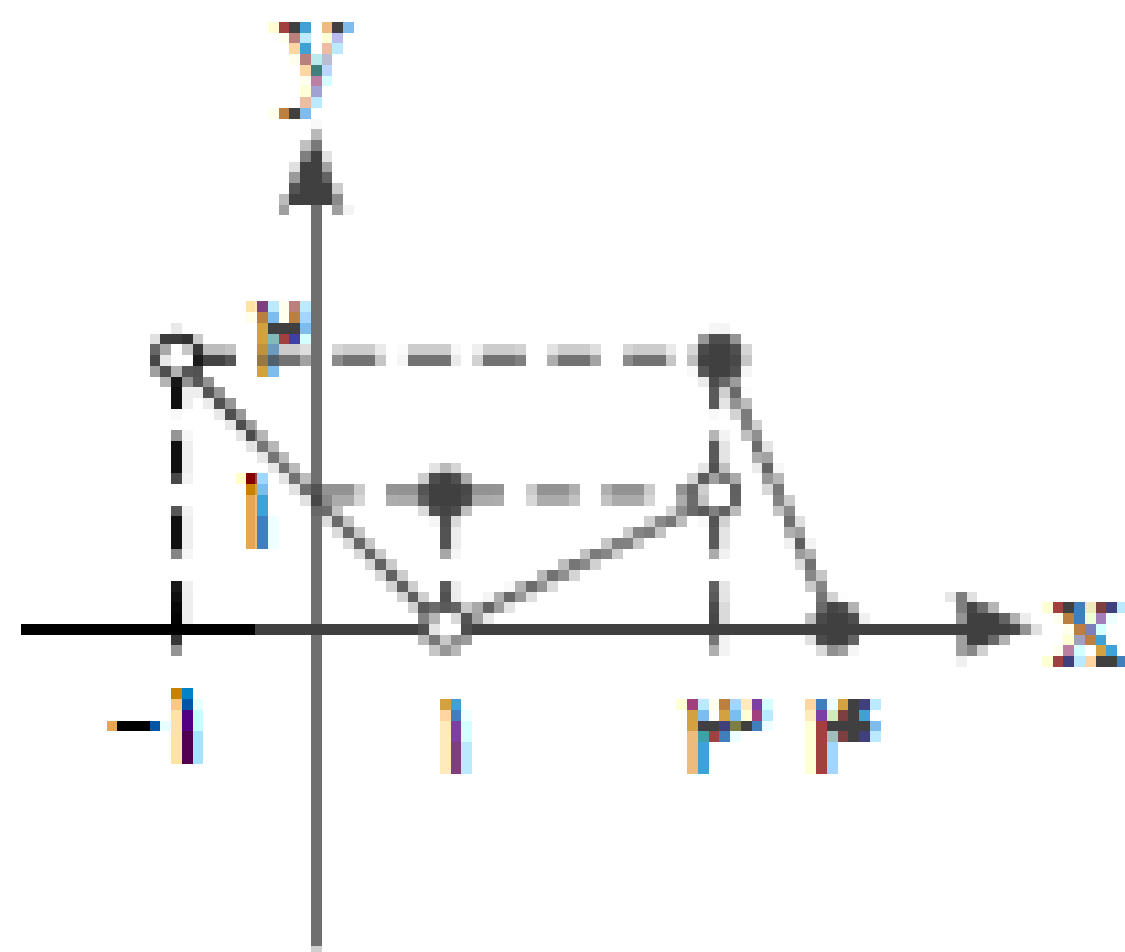
 @konkoorname

 cubeeeducationalgroup

 cubeeeducationalgroup



با توجه به نمودار تابع  $f$ ، کدام گزینه صحیح است؟



گروه آموزشی مکعب

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 0 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1 \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2 \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1 \quad (4)$$

 @konkoorname

 cubeeducationalgroup

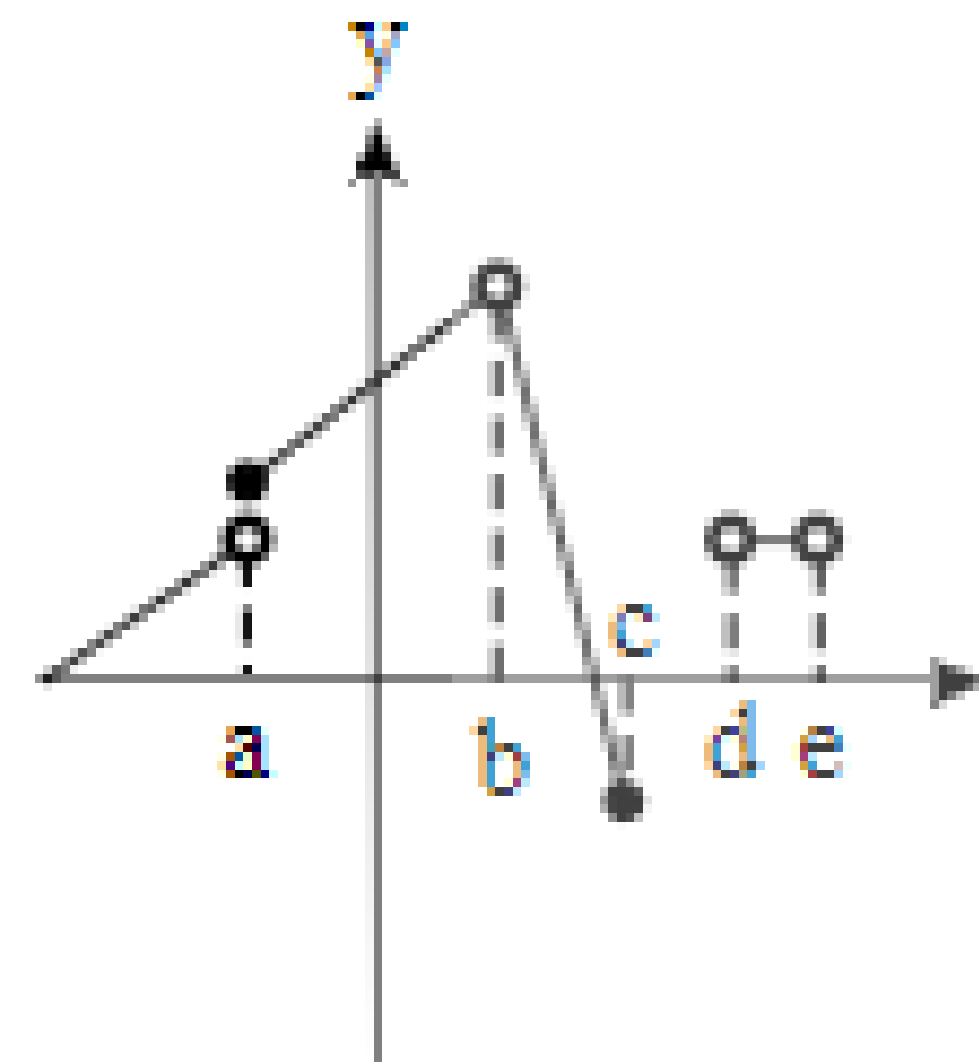
 cubeeducationalgroup

 @konkoorname

 cubeeducationalgroup

 cubeeducationalgroup

کدام یک از عبارتهای زیر در مورد تابع  $f$  که نمودار آن در شکل مقابل آورده شده است، درست است؟



(۱) تابع  $f$  در  $x = a$  فقط حد راست دارد.

گروه آموزشی مکعب

(۲) حد چپ و راست تابع  $f$  در  $x = c$  موجود است ولی با هم برابر نیستند.

(۳) تابع  $f$  در  $x = b$  دارای حد است.

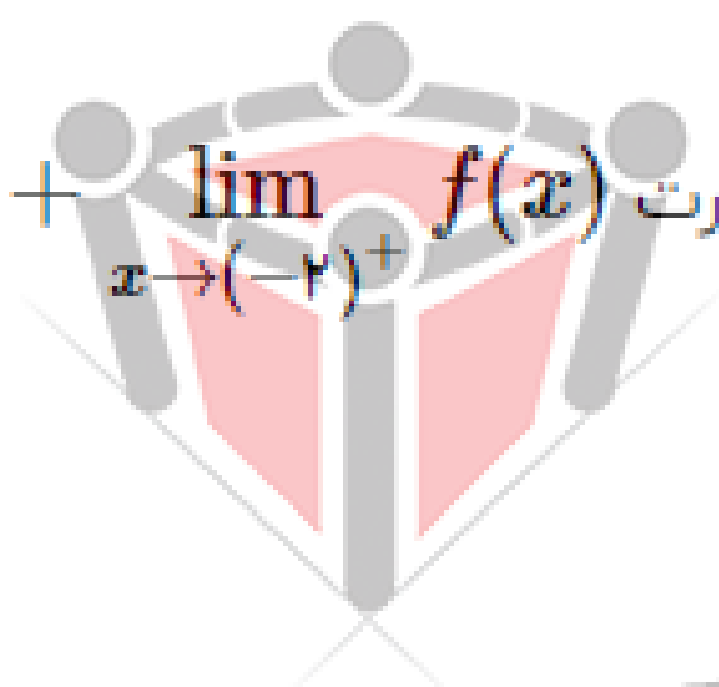
 @konkoorname

(۴) تابع  $f$  در  $x = d$  حد چپ دارد.

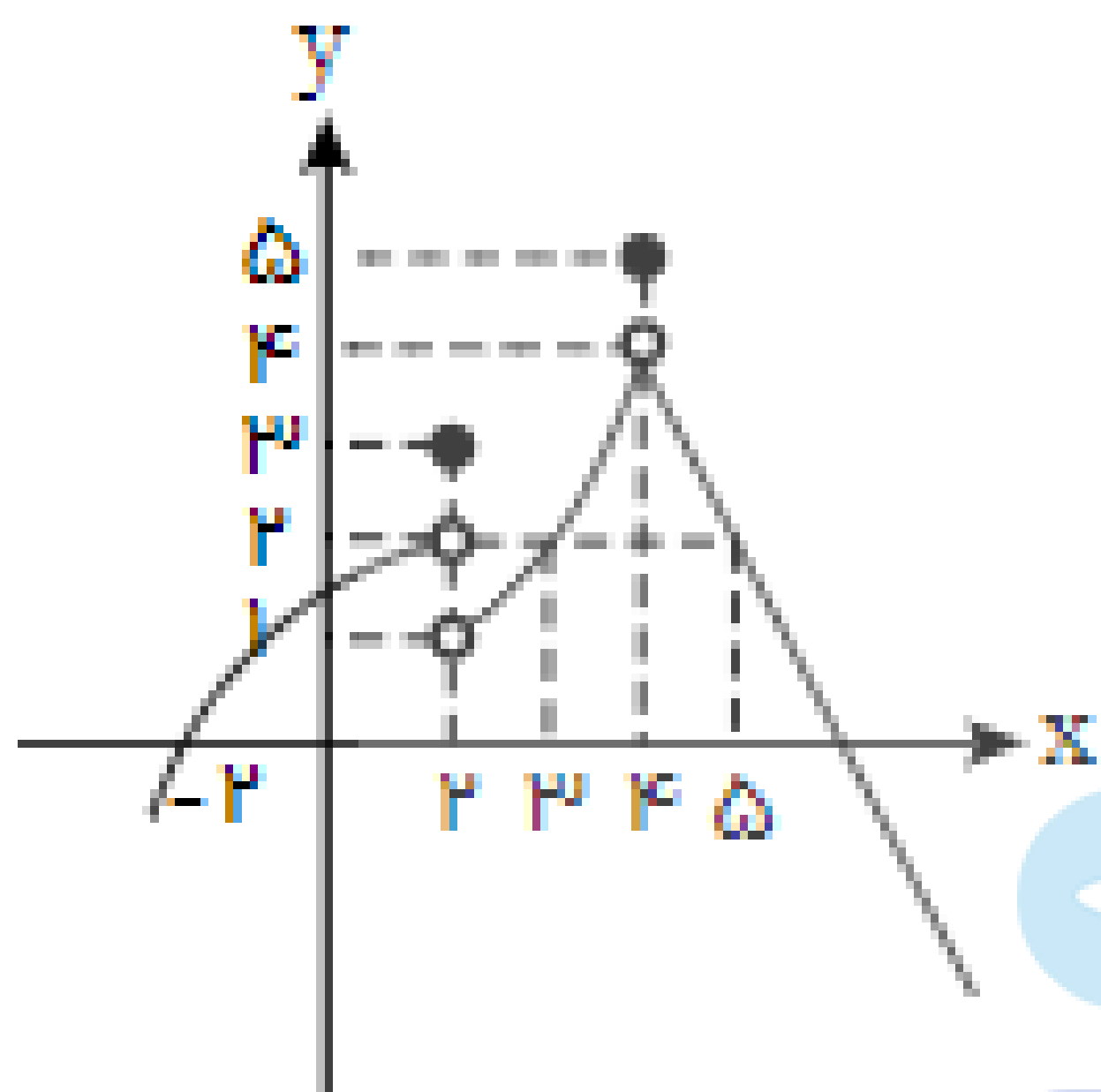
 cubeeeducationalgroup

 cubeeeducationalgroup

شکل زیر مربوط به نمودار تابع  $f(x)$  است. حاصل عبارت  $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 4} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$  کدام است؟



گروه آموزشی مکعب



۷(۱)

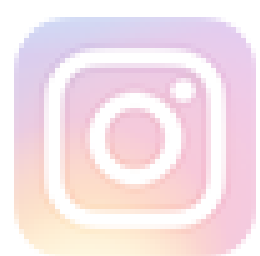
۸(۲)

۶(۳)

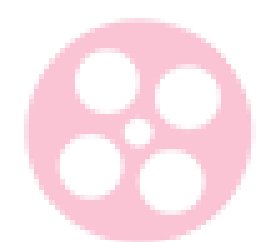
۵(۴)



@konkoorname



cubeeeducationalgroup



cubeeeducationalgroup



@konkoorname

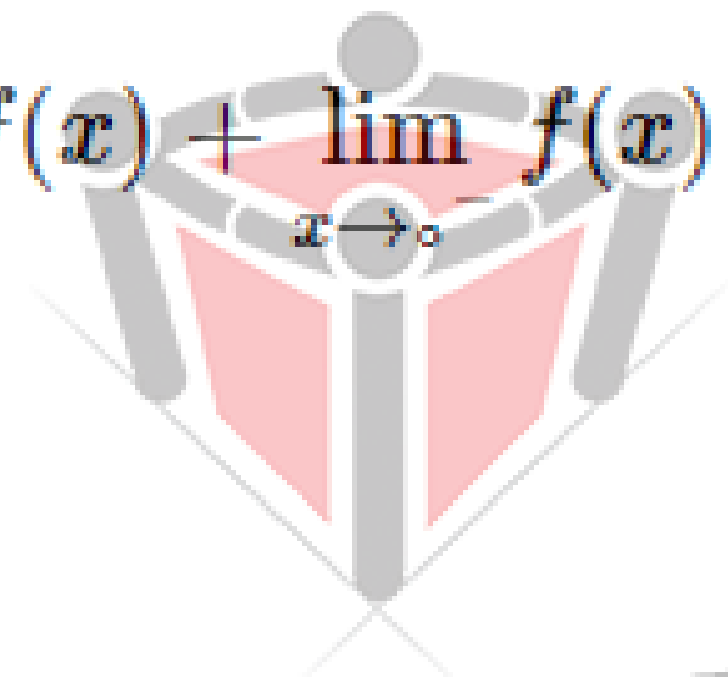


cubeeeducationalgroup



cubeeeducationalgroup

با توجه به نمودار تابع  $f$ ، حاصل  $A = \lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 3} f(x)$  کدام است؟



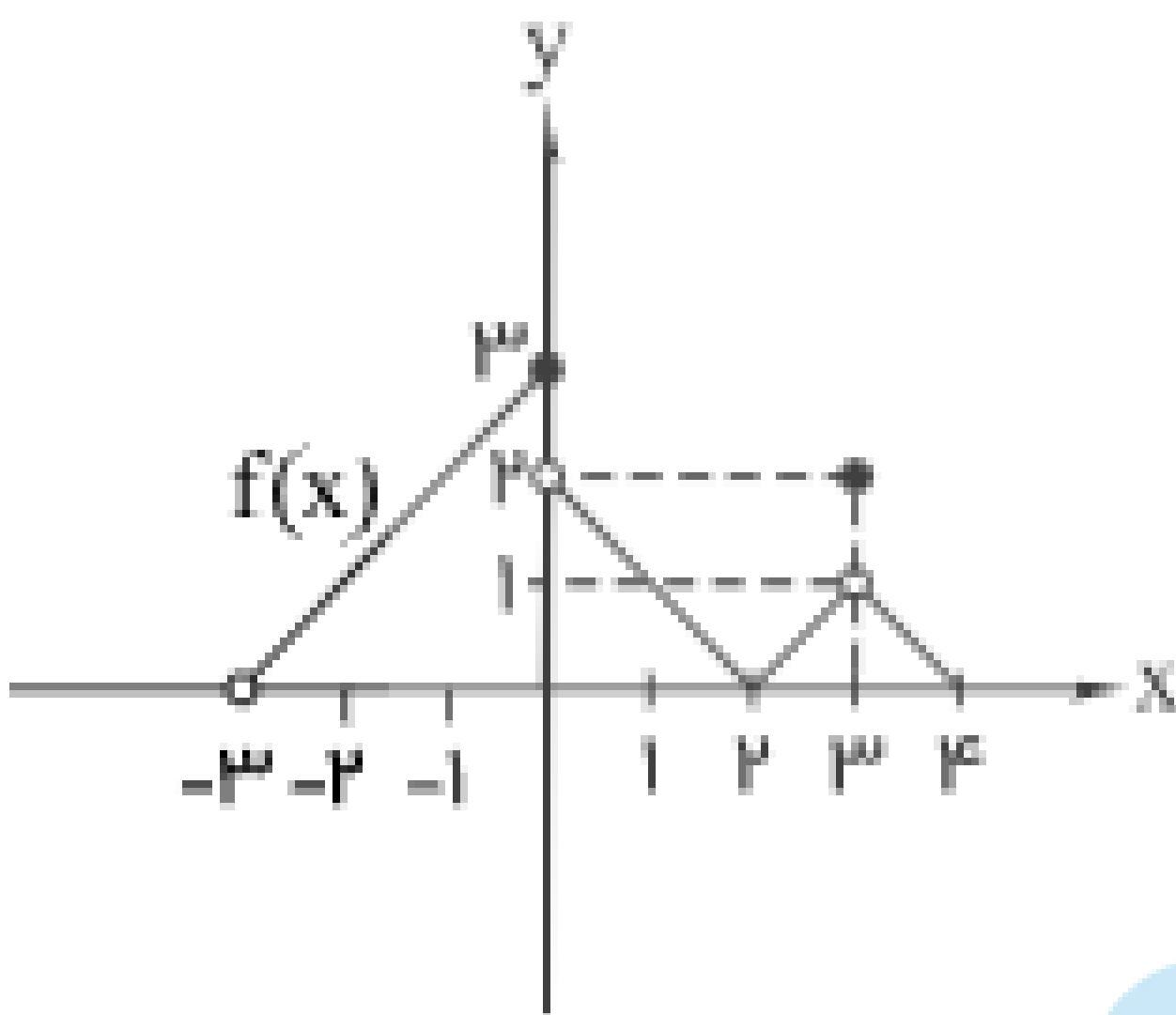
گروه آموزشی مکعب

۵ (۱)

۳ (۲)

۶ (۳)

۴ (۴)



 @konkoorname

 cubeeducationalgroup

 cubeeducationalgroup