جزوه تست ریاضی تجربی

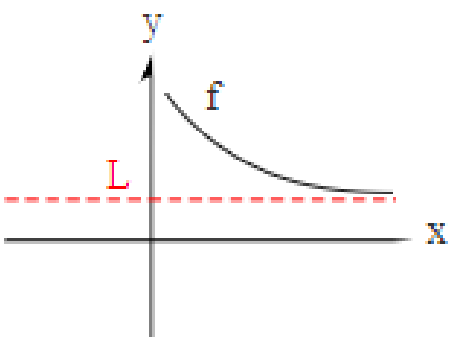
مبحث: حد در بی نهایت

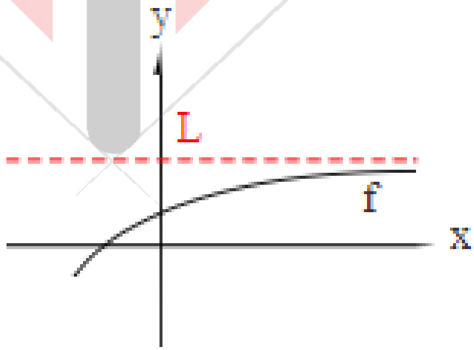
تهیه و تنظیم: گروه آموزشی مکعب

حد در بی‌نهایت

تعریف: فرض کنید تابع $y=f(x)$ در بازه‌ای مانند $(a,+\infty)$ تعریف شده باشد، می‌گوییم حد تابع f وقتی x به سمت مثبت بی‌نهایت میل می‌کند برابر L است هرگاه بتوان فاصله $f(x)$ از L را به هر اندازه کوچک کرد به شرطی که x را به قدر کافی بزرگ انتخاب کرده باشیم و می‌نویسیم:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = L$$

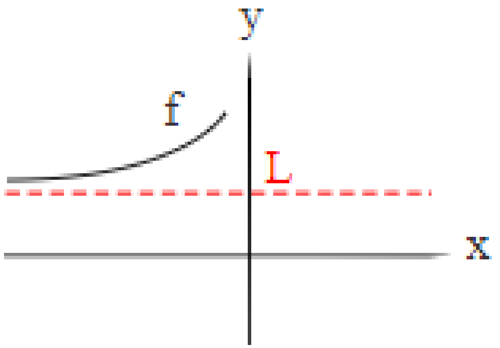


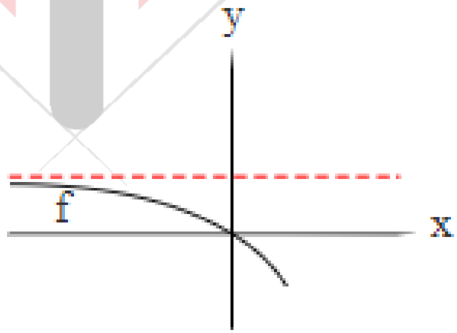


حد در بی‌نهایت

تعریف: فرض کنید تابع $y=f(x)$ در بازه‌ای مانند $(-\infty,a)$ تعریف شده باشد، می‌گوییم حد تابع f وقتی x به سمت منفی بی‌نهایت میل می‌کند برابر L است هرگاه بتوان فاصله $f(x)$ از L را به هر اندازه کوچک کرد، به شرطی که x را در اعداد منفی به قدر کافی کوچک انتخاب کرده باشیم و می‌نویسیم:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = L$$





حد در بی‌نهایت

قضیهٔ ۶: اگر a عددی حقیقی و n عددی طبیعی باشد، آن‌گاه :

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{a}{x^n} = ۰$$

مثال : $\lim_{x\to\pm\infty} \frac{۳}{x^۲} = \frac{۳}{(\pm\infty)^۲} = \frac{۳}{+\infty} = ۰$

مثال : $\lim_{x\to\pm\infty} \frac{-۶}{x^۳} = \frac{-۶}{(\pm\infty)^۳} = \frac{-۶}{\pm\infty} = ۰$

حد در بی‌نهایت

قضیه ۷: اگر L_1, L_2 اعداد حقیقی و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = L_1$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = L_2$

آنگاه :

الف) $\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x) \pm g(x)) = \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) \pm \lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = L_{۱} \pm L_{۲}$

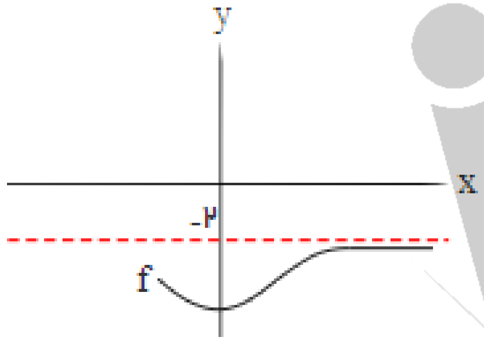
ب) $\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x) \cdot g(x)) = \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) \cdot \lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = L_{۱} \cdot L_{۲}$

پ) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \frac{\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)}{\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)} = \frac{L_{۱}}{L_{۲}} \cdot L_{۲} \neq ۰$

نکته : قضیهٔ فوق در حالت $x \to -\infty$ نیز برقرار است.

حل تست

نمودار تابع f بصورت مقابل است، حاصل $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ کدام است؟



۱) صفر
۲) ۱-
۳) ۲-
۴) ۳-

پاسخ: وقتی $x\to+\infty$ مقادیر تابع از پایین به ۲- نزدیک می‌شوند، یعنی با مقادیر کمتر از ۲- به ۲- میل می‌کنند، پس داریم

$$\lim_{x\to+\infty}[f(x)] = [(-2)^-] = [-2-4] = -3$$

تست های این مبحث

حاصل $\lim\limits_{x \to ۲^-} \dfrac{۳x^۲ - ۸x + ۴}{x^۲ - ۴x + ۴}$ کدام است؟

۱) $-\infty$

۲) صفر

۳) ۱

۴) ۳

مقدار $\lim_{x \to +\infty} (x+۱)\left[\frac{۲}{۱-x}\right]$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) -۲
۲) $-\infty$
۳) صفر
۴) $+\infty$

مقدار $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{۲(x-۱)^{۵}+۷(x-۳)^{۵}}{x^{۲}(x-۱)(-۲x+۱)(۳x-۵)}$ کدام است؟

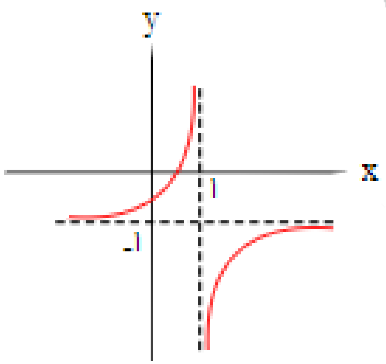
۱) $\frac{۱}{۳}$

۲) $\frac{۲}{۳}$

۳) $-\frac{۲}{۳}$

۴) $-\frac{۱}{۳}$

منحنی تابع $f(x)$ مطابق شکل زیر است. اگر $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = L$ ، آنگاه حاصل $\lim\limits_{x\to(-L)^-} f(x)$ کدام است؟



۱) ۱

۲) -۱

۳) $+\infty$

۴) $-\infty$