

جزوه تست مسابان ۲
مبحث: حد بی نهایت (۲)
تهیه و تنظیم: گروه آموزشی مکعب

قضایای مربوط به مدهای بی‌نهایت

قضیه ۵: اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = L$ آنگاه:

الف: $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = +\infty$

ب: اگر $L > 0$ آنگاه $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = +\infty$

پ: اگر $L < 0$ آنگاه $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = -\infty$

قضایای مربوط به مدهای بی‌نهایت

در حالتی که $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = L$ داریم:

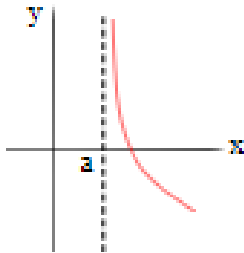
$$\text{الف: } \lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = -\infty$$

$$\text{ب: اگر } L > 0 \text{ آنگاه } \lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = -\infty$$

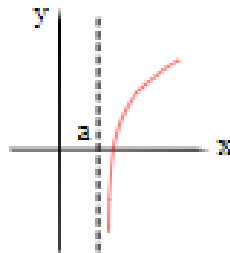
$$\text{پ: اگر } L < 0 \text{ آنگاه } \lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = +\infty$$

مجانِب قائم

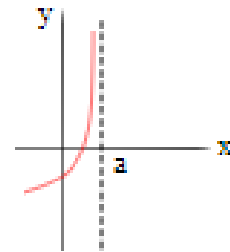
خط $x=a$ را مجانِب قائم نمودار تابع f گويند، هرگاه حداقل يکي از شرايط زير برقرار باشد.



$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$$



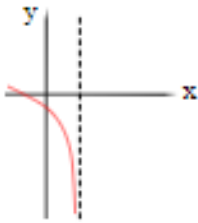
$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$$



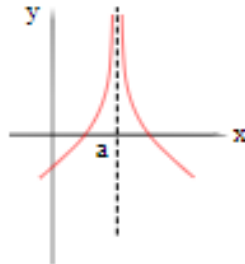
$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$$

مجانِب قائم

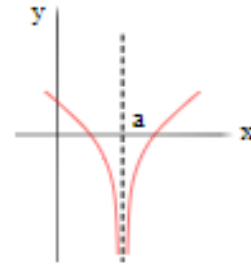
خط $x=a$ را مجانِب قائم نمودار تابع f گویند، هرگاه حداقل یکی از شرایط زیر برقرار باشد.



$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$$



$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$$



$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$$

مجانب قائم

نکته ۱: معمولاً توابع کسری یا توابعی که قابل نوشتن به صورت کسر هستند مانند

$$f(x) = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

در ریشه‌های مخرج احتمالاً دارای مجانب قائم هستند. در چنین توابعی باید حد تابع را در ریشه‌های مخرج بررسی کنیم. اگر این حد، نامتناهی یعنی $\pm\infty$ شود، ریشه‌های مخرج مجانب قائم هستند.

مجانب قائم

نکته ۲: ریشه‌هایی از مخرج کسر که ریشه صورت هم باشند، ممکن است مجانب قائم نباشند، باید حد تابع را پس از رفع ابهام در آن نقطه حساب کنیم. اگر این حد $\pm\infty$ شد، مجانب قائم است.

نکته ۳: در توابع کسری که شامل رادیکال فرجه زوج هستند، ابتدا دامنه تابع را یافته و سپس مجانب قائم بودن ریشه‌های مخرج را بررسی می‌کنیم. زیرا اگر تابع در همسایگی ریشه مخرج تعریف نشده باشد، آن ریشه مخرج مجانب قائم نمی‌باشد.

نکته ۴: در توابع مثلثاتی که دارای کسر هستند، ریشه‌های مخرج اگر صورت کسر را صفر نکنند، مجانب‌های قائم تابع هستند.

تست های این مبحث

تابع $f(x) = \frac{\sqrt{9 - x^2}}{[x] + [-x]}$ دارای چند مجانب قائم است؟ $([\])$ ، علامت جزء صحیح است.

(۱) بی شمار

(۲) ۷

(۳) ندارد

(۴) ۵

اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{r}} \frac{\sqrt[r]{x} - 1}{rx^r + ax + b} = -\infty$ باشد، آنگاه حاصل ab کدام است؟

-۲(۱)

۲(۲)

-۴(۳)

۴(۴)

تابع $f(x) = \frac{x\sqrt{16-x^2}}{\sin x}$ چند مجانب قائم دارد؟

۱(۱)

۲(۲)

۳(۳)

۴(صفر)

اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+2}{x^2+ax+b} = -\infty$ ، مقدار $a-b$ کدام است؟

۱۴(۱)

-۱۴(۲)

۸(۳)

-۸(۴)

اگر $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ و $g(x) = \frac{5x+1}{4x^2-1}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} g \circ f(x)$ کدام است؟

(۱) $+\infty$

(۲) $-\infty$

(۳) ۴

(۴) -۴