

جزوه تست ریاضی تجربی  
مبحث: حد بی نهایت (۲)  
تهیه و تنظیم: گروه آموزشی مکتب

## قضایای مربوط به مدهای بی‌نهایت

قضیه ۵: اگر  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = L$  آنگاه:

$$\text{الف: } \lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = +\infty$$

$$\text{ب: اگر } L > 0 \text{ آنگاه } \lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = +\infty$$

$$\text{پ: اگر } L < 0 \text{ آنگاه } \lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = -\infty$$

## قضایایی مربوط به مدهای بی‌نهایت

در حالتی که  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = L$  داریم:

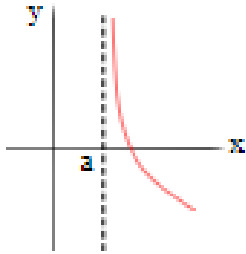
$$\text{الف: } \lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = -\infty$$

$$\text{ب: اگر } L > 0 \text{ آنگاه } \lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = -\infty$$

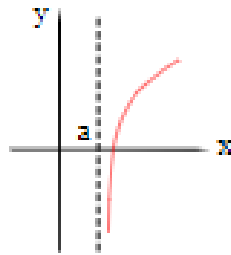
$$\text{پ: اگر } L < 0 \text{ آنگاه } \lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = +\infty$$

## مجانب قائم

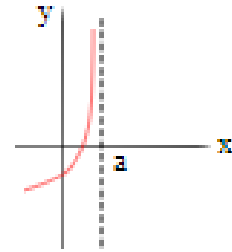
خط  $x=a$  را مجانب قائم نمودار تابع  $f$  گویند، هرگاه حداقل یکی از شرایط زیر برقرار باشد.



$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$$



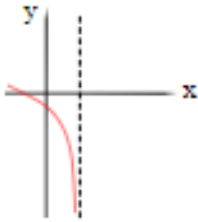
$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$$



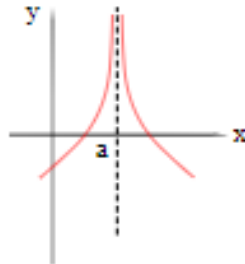
$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$$

## مجانب قائم

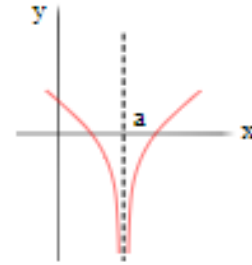
خط  $x=a$  را مجانب قائم نمودار تابع  $f$  گویند، هرگاه حداقل یکی از شرایط زیر برقرار باشد.



$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$$



$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$$



$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$$

## مجانب قائم

**نکته ۱:** معمولاً توابع کسری یا توابعی که قابل نوشتن به صورت کسر هستند

$$f(x) = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

مانند

در ریشه‌های مخرج احتمالاً دارای مجانب قائم هستند. در چنین توابعی باید حد تابع را در ریشه‌های مخرج بررسی کنیم. اگر این حد، نامتناهی یعنی  $\pm\infty$  شود، ریشه‌های مخرج مجانب قائم هستند.

## مجانب قائم

**نکته ۲:** ریشه‌هایی از مخرج کسر که ریشه صورت هم باشند، ممکن است مجانب قائم نباشند، باید حد تابع را پس از رفع ابهام در آن نقطه حساب کنیم. اگر این حد  $\pm\infty$  شد، مجانب قائم است.

**نکته ۳:** در توابع کسری که شامل رادیکال فرجه زوج هستند، ابتدا دامنه تابع را یافته و سپس مجانب قائم بودن ریشه‌های مخرج را بررسی می‌کنیم. زیرا اگر تابع در همسایگی ریشه مخرج تعریف نشده باشد، آن ریشه مخرج مجانب قائم نمی‌باشد.

**نکته ۴:** در توابع مثلثاتی که دارای کسر هستند، ریشه‌های مخرج اگر صورت کسر را صفر نکنند، مجانب‌های قائم تابع هستند.

# تست های این مبحث



تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{9 - x^2}}{[x] + [-x]}$  دارای چند مجانب قائم است؟  $[ ]$ ، علامت جزء صحیح است.

(۱) بی شمار

(۲) ۷

(۳) ندارد

(۴) ۵

اگر  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{4x^2 + ax + b} = -\infty$  باشد، آنگاه حاصل  $ab$  کدام است؟

-۲(۱)

۲(۲)

-۴(۳)

۴(۴)

تابع  $f(x) = \frac{x\sqrt{16-x^2}}{\sin x}$  چند مجانب قائم دارد؟

۱(۱)

۲(۲)

۳(۳)

۴(صفر)

اگر  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + 2}{x^2 + ax + b} = -\infty$  ، مقدار  $a - b$  کددام است؟

۱۴(۱)

-۱۴(۲)

۸(۳)

-۸(۴)

اگر  $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$  و  $g(x) = \frac{5x+1}{4x^2-1}$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^-} g \circ f(x)$  کدام است؟

$+\infty(1)$

$-\infty(2)$

$4(3)$

$-4(4)$