

جزوه تست ریاضی پایه
مبحث: تعیین علامت-پارت دوم
تهیه و تنظیم: گروه آموزشی مکعب

 @konkoorname

 cubeeducationalgroup

 cubeeducationalgroup

تعیین علامت چندجمله‌ای درجه دوم:

باتوجه به آنچه در مورد تعداد ریشه‌های عبارت درجه دوم (بسته به Δ) آموختیم، تعیین علامت عبارت درجه دوم سه حالت دارد:

(۱) $\Delta > 0$: معادله دارای دو ریشه‌ی x_1 و x_2 است و جدول تعیین علامت به شکل زیر است:

x	x_1	x_2	
$ax^2 + bx + c$	موافق علامت a	مخالف علامت a	موافق علامت a

(۲) $\Delta = 0$: معادله دارای یک ریشه مضاعف $x = -\frac{b}{a}$ است و جدول تعیین علامت به شکل زیر است:

x	$-\frac{b}{a}$	
$ax^2 + bx + c$	موافق علامت a	موافق علامت a



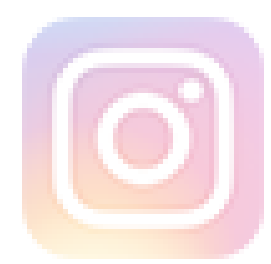
(۳) $\Delta < 0$: معادله دارای ریشه‌ی حقیقی نیست و همواره موافق علامت a است.
جدول تعیین علامت به شکل زیر است:

x
$ax^2 + bx + c$

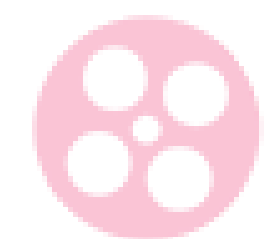
موافق علامت a



@konkoorname



cubeeducationalgroup



cubeeducationalgroup



@konkoorname



cubeeducationalgroup



cubeeducationalgroup

خواص نامساوی ها :

(۱) خاصیت جمع:

برای عبارتهای جبری A و B و C ، اگر $A < B$ آنگاه $A + C < B + C$.
توضیح: در یک نامساوی می توانیم به طرفین نامساوی مقداری را اضافه یا از آن کم کنیم (C می تواند مثبت یا منفی باشد)

گروه آموزشی مکعب

(۲) خاصیت ضرب:

الف) اگر $C > 0$ و $A > B$ آنگاه $AC > BC$


توضیح: می توانیم طرفین نامساوی را در عدد مثبت C ضرب یا بر آن تقسیم کنیم.

ب) اگر $C < 0$ و $A > B$ آنگاه $AC < BC$

توضیح: می توانیم نامساوی را در عدد منفی C ضرب یا بر آن تقسیم کنیم با توجه به این که جهت نامساوی عوض می شود.

 cubeducationalgroup

نکته: اگر $B^2 \geq A^2$ باشد آنگاه $-B \leq A \leq B$

 cubeducationalgroup و اگر $B^2 \leq A^2$ باشد آنگاه $A \geq -B$ یا $A \leq B$

نامعادله‌ی دوگانه:

اگر x متغیری باشد که همزمان در دو معادله‌ی $P(x) \leq q(x)$ و $r(x) \leq P(x)$ صدق کند، می‌توانیم این دو نامعادله را به صورت یک نامعادله‌ی دوگانه نمایش دهیم و بنویسیم

$$r(x) \leq P(x) \leq q(x)$$

همچنین می‌توان این نامعادله‌ی دوگانه را به صورت دستگاه نامعادله‌های

$$\begin{cases} P(x) \leq q(x) \\ P(x) \geq r(x) \end{cases}$$

نشان دهیم. در این حالت هر یک از نامعادلات را حل می‌کنیم و بین جواب‌هایشان اشتراک می‌گیریم.

 @konkoorname

 cubeeducationalgroup

 cubeeducationalgroup

برای حل نامعادله‌ی درجه دوم، پس از ساده‌سازی از جدول تعیین علامت استفاده می‌کنیم و مجموعه جواب مورد نظر را بدست می‌آوریم. همچنین با استفاده از روش هندسی و رسم نمودار نیز می‌توانیم به همان جواب برسیم.
مثال:

$$x^2 - 2x - 3 < 0$$

گروه آموزشی مکعب

$$x^2 - 2x - 3 < 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 1) < 0$$

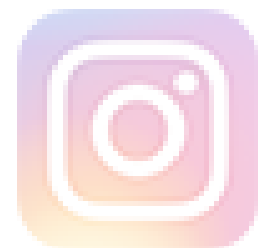
$(x - 3)(x + 1)$ را تعیین علامت می‌کنیم

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

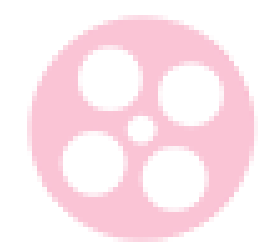
$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

x	-1	3
$x - 3$	-	+
$x + 1$	-	+
$(x - 3)(x + 1)$	+	-

@konkoorname



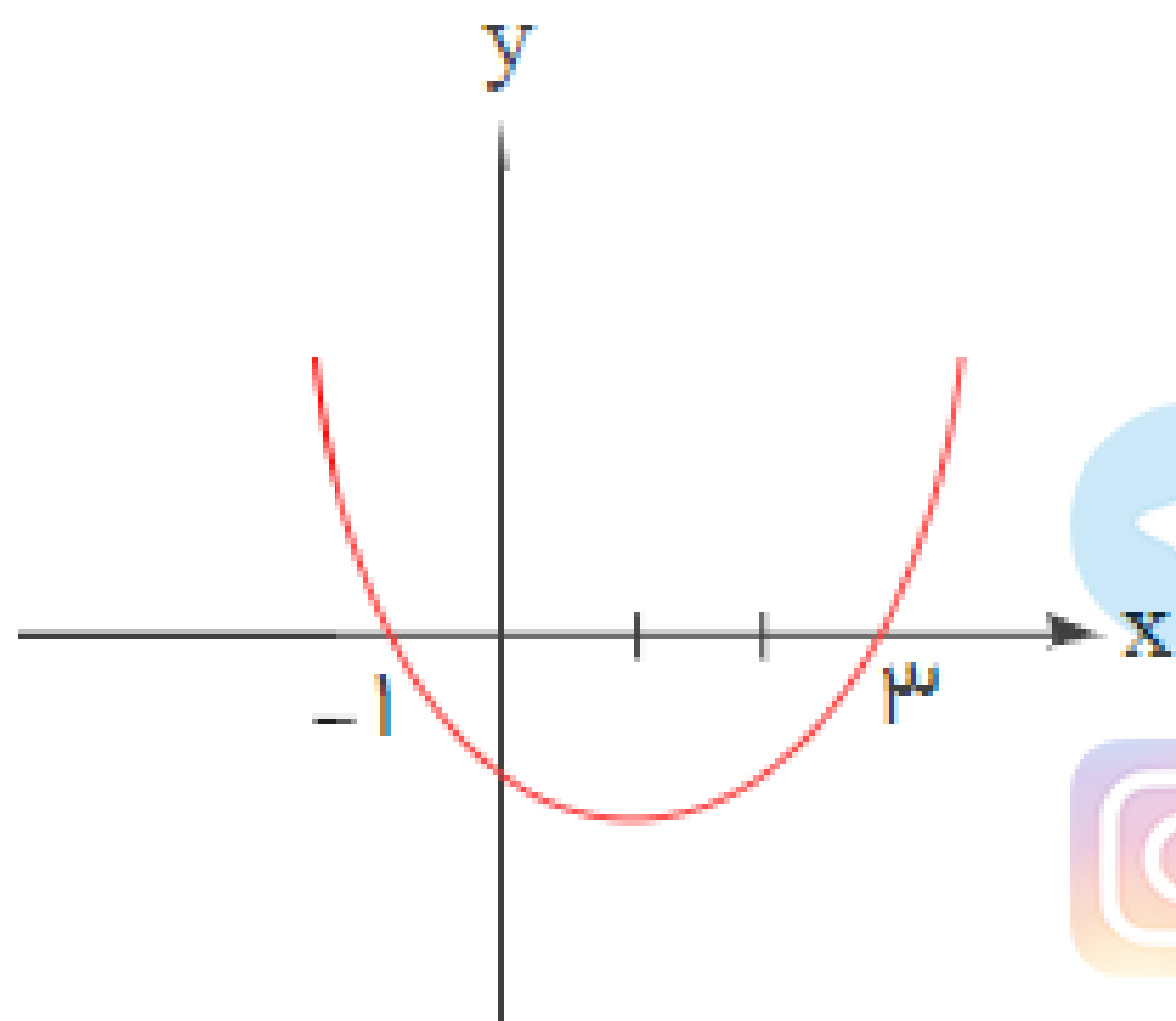
cubeeeducationalgroup



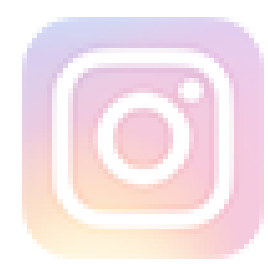
cubeeeducationalgroup

باتوجه به جدول تعیین علامت عبارت $x^2 - 2x - 3$ به ازای $-1 < x < 3$ مقداری منفی دارد.

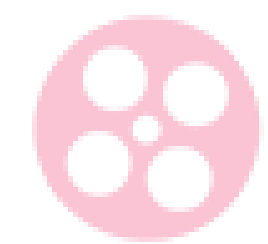
همچنین با رسم $x^2 - 2x - 3$ می بینیم که این عبارت به ازای $-1 < x < 3$ پایین محور Xهاست و مقداری منفی دارد.



@konkoorname



cubeeeducationalgroup



cubeeeducationalgroup



@konkoorname



cubeeeducationalgroup



cubeeeducationalgroup

مثبت یا منفی بودن یک عبارت درجه دوم مطابق آنچه در تعیین علامت عبارت درجه دوم آموختید



عبارت درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ زمانی همواره
الف) مثبت است که $\Delta < 0$ و $a > 0$ باشد.

ب) منفی است که $\Delta < 0$ و $a < 0$ باشد.

مثال: به ازای چه مقادیری از k ، عبارت $A = x^2 + 3x + k$ همواره مثبت است؟
پاسخ:

$$a > 0 \Rightarrow 1 > 0$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow (3)^2 - 4(1)(k) < 0 \Rightarrow 9 - 4k < 0$$

$$9 - 4k < 0 \Rightarrow 9 < 4k \Rightarrow \frac{9}{4} < k \Rightarrow k > \frac{9}{4}$$

cubeducationalgroup



گروه آموزشی مکعب
تست های این مبحث

 @konkoorname

 cubeeducationalgroup

 cubeeducationalgroup

اگر $a \leq m \leq b$ بزرگ‌ترین بازه برای m باشد که به‌ازای آن، عبارت $A = x^2 + 2mx + x + 1$ تغییر علامت ندهد، حاصل ab کدام است؟

گروه آموزشی سنجب

$$\begin{array}{l} (1) \quad \frac{1}{2} \\ (2) \quad \frac{3}{4} \\ (3) \quad \frac{3}{4} \\ (4) \quad \frac{1}{2} \end{array}$$

 @konkoorname

 cubeeducationalgroup

 cubeeducationalgroup

اگر بازه $(-1, 2)$ بزرگ‌ترین بازه‌ای باشد که در آن علامت عبارت $y = ax^2 + x + 2a^2$ مثبت باشد، a کدام است؟

- گروه آموزشی یکعب
- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) $-\frac{1}{2}$
- (۳) 1
- (۴) -1

 @konkoorname

 cubeeducationalgroup

 cubeeducationalgroup

مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^2 - x}{x + 2} \geq 2$ کدام است؟

(۱) $(-2, -1) \cup (4, +\infty)$ $\mathbb{R} - (-1, 4)$

(۲) $(-2, -1] \cup [4, +\infty)$ $\mathbb{R} - (-1, 4)$

 @konkoorname

 cubeeeducationalgroup

 cubeeeducationalgroup

به ازای کدام یک از مقادیر زیر، عبارت $x^2 - 3x + 2$ مثبت می شود؟

(۱) $\sqrt{3}$ (گروه آموزشی مستجاب)

(۲) $\sqrt{5}$

(۳) $\frac{3}{2}$

(۴) $\frac{3}{2}$

 @konkoorname

 cubeeducationalgroup

 cubeeducationalgroup

اگر بزرگ‌ترین بازه‌ای که نامعادله $(2x + 5)(x - 6) < 0$ در آن برقرار است،

بازه (a, b) باشد، حاصل $b - a$ برابر کدام است؟

$$\begin{array}{l} \frac{7}{2} \quad (1) \\ \frac{17}{2} \quad (2) \\ \frac{32}{5} \quad (3) \\ \frac{28}{5} \quad (4) \end{array}$$

 @konkoorname

 cubeeeducationalgroup

 cubeeeducationalgroup

قدر مطلق:

می‌دانیم که $|x|$ همان فاصله‌ی x از مبدأ، روی محور اعداد حقیقی است. مثلاً $|3|=3$ و $|-3|=3$ زیرا فاصله‌ی هر دو عدد ۳ و -۳ از مبدأ برابر ۳ است. اگر a را یک عدد حقیقی مثبت و u را یک عبارت جبری فرض کنیم، آنگاه:

(۱) اگر $|u| \leq a$ آنگاه $-a \leq u \leq a$

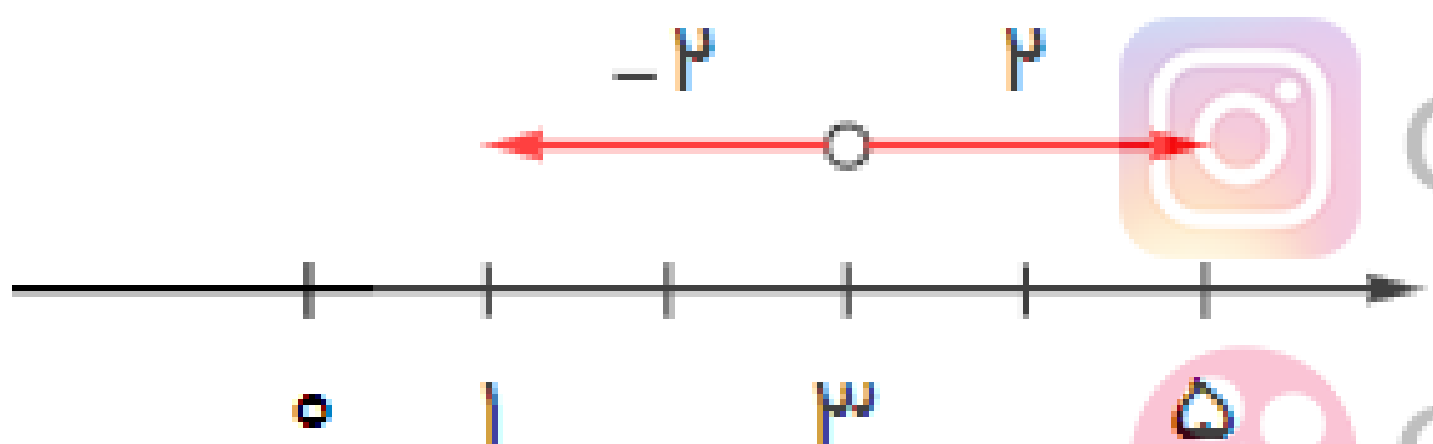
(۲) اگر $|u| \geq a$ آنگاه $u \geq a$ یا $u \leq -a$

اگر رابطه‌ی مساوی نداشته باشد نتیجه‌ها نیز مساوی ندارند

مثال:

$$|x - 3| \leq 2 \quad \xrightarrow{+3} \quad 1 \leq x \leq 5$$
$$|x - 3| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x - 3 \leq 2$$

تعبیر هندسی $|x - 3| \leq 2$ به مجموعه نقاطی که فاصله‌شان از ۳، کمتر از ۲ واحد است اطلاق می‌شود.



cubeeeducationalgroup

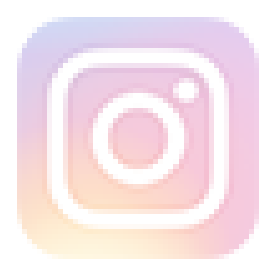
cubeeeducationalgroup



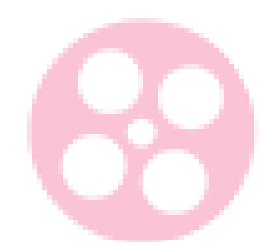
گروه آموزشی مکعب
تست های این مبحث



@konkoorname



cubeeducationalgroup



cubeeducationalgroup



@konkoorname



cubeeducationalgroup



cubeeducationalgroup

به ازای کدام مقدار m ، سهمی $y = mx^2 + mx + 1$ همواره بالای محور x ‌هاست؟ ($m \neq 0$)

گروه آموزشی مکعب

- (۱) $m > 4$
- (۲) $0 < m < 4$
- (۳) $m < -4$
- (۴) $m > 4$

 @konkoorname

 cubeeducationalgroup

 cubeeducationalgroup

مختصات رأس سهمی $y = -2x^2 + 4x + 1$ کدام است؟

گروه آموزشی مستجاب

(۱) (۲ و ۱)

(۴) (۳ و ۲-)

(۲) (۳ و ۱)

 @konkoorname

 cubeeeducationalgroup

 cubeeeducationalgroup

معادله سهمی‌ای که نسبت به خط $x = 2$ متقارن است و محور عرض‌ها را در

نقطه‌ای به عرض -4 قطع می‌کند، کدام می‌تواند باشد؟

گروه آموزشی مکعب

$$y = ax^2 - 4ax - 4 \quad (3)$$

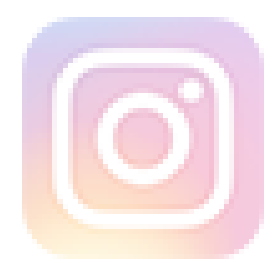
$$y = ax^2 - 2ax + 4 \quad (1)$$

$$y = ax^2 + 4ax - 4 \quad (4)$$

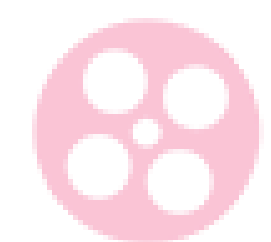
$$y = ax^2 - 4ax - 4 \quad (2)$$



@konkoorname



cubeeducationalgroup



cubeeducationalgroup



@konkoorname



cubeeducationalgroup



cubeeducationalgroup

نقطه $(-2, -4)$ رأس سهمی به معادله $y = -x^2 - ax + 2b$ است.

این سهمی محور y ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

گروه آموزشی مکعب

$8(3)$

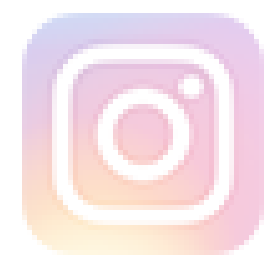
$-8(1)$

$4(4)$

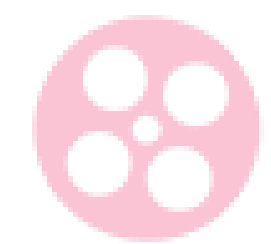
$-4(2)$



@konkoorname



cubeeducationalgroup



cubeeducationalgroup



@konkoorname



cubeeducationalgroup



cubeeducationalgroup

اگر رأس سهمی $y = 3x^2 + ax + b$ نقطه $S(1, -4)$ باشد، $a - b$ برابر با کدام گزینه است؟

گروه آموزشی مکعب

۵(۱)

۷(۲)

-۷(۳)

-۵(۴)

 @konkoorname

 cubeeducationalgroup

 cubeeducationalgroup

 @konkoorname

 cubeeducationalgroup

 cubeeducationalgroup