



جزوه تست ریاضی پایه  
هفتم: معادله درجه دوم  
تهیه و تنظیم: گروه آموزشی مکعب

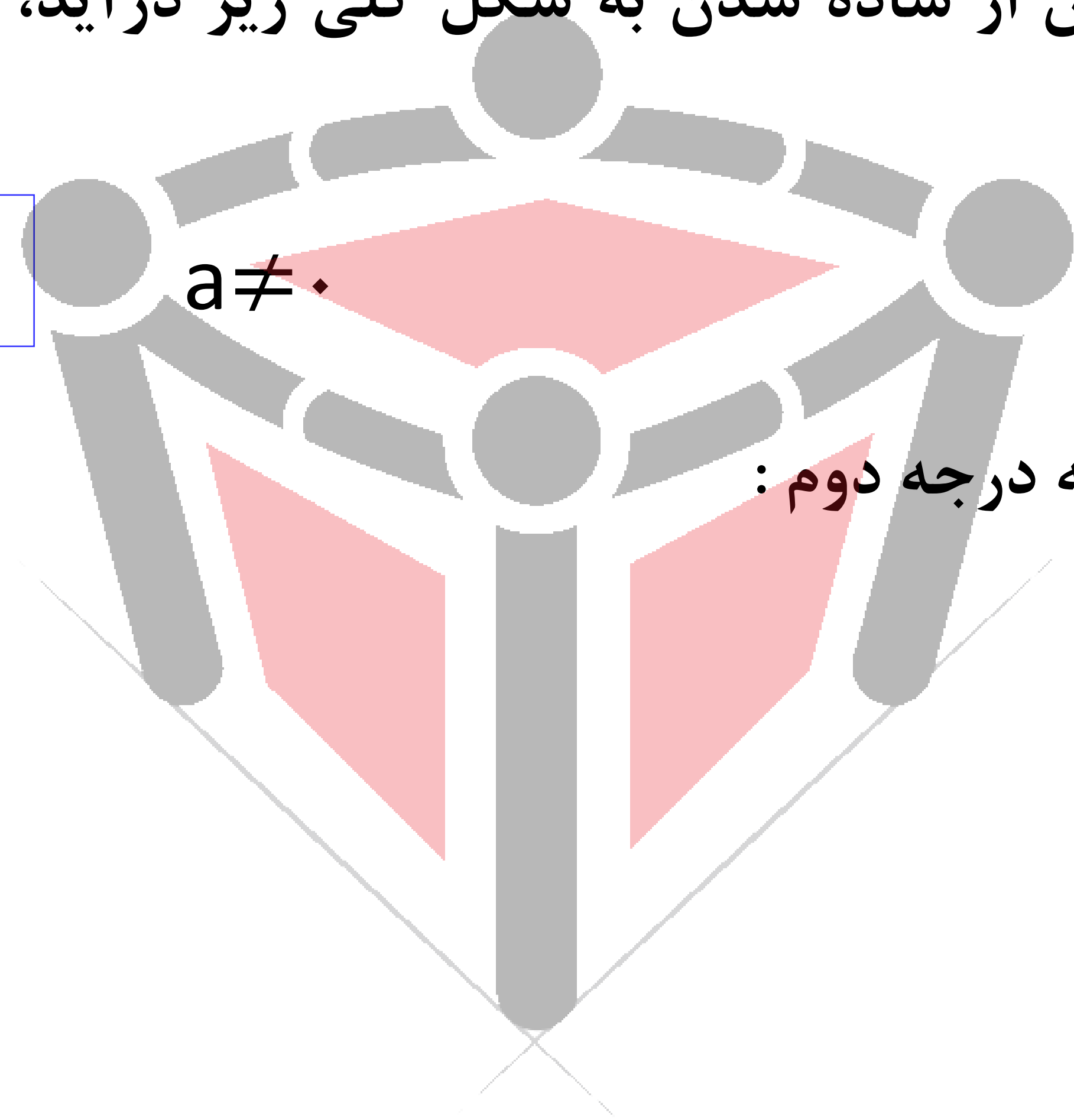


## معادله درجه دوم

هر معادله ای که پس از ساده شدن به شکل کلی زیر درآید، یک معادله درجه دوم نامیده می شود.

$$ax^2+bx+c=0$$

$$a \neq 0$$



روش های حل معادله درجه دوم:

۱. تجزیه
۲. ریشه گیری
۳. مربع کامل کردن
۴. از طریق دلتا





## روش تجزیه :

تجزیه یک عبارت به معنای تبدیل آن به حاصلضرب حداقل دو عبارت دیگر است. در این روش برای معادله درجه دوم از تجزیه به کمک اتحاد مزدوج، فاکتورگیری و تجزیه به کمک اتحاد جمله مشترک، استفاده می کنیم.

\* روش حل: ابتدا به کمک اتحادها و فاکتورگیری عبارت  $ax^2+bx+c=0$  را تجزیه می کنیم و سپس با توجه به نکته زیر جواب را می یابیم.  
**نکته :** وقتی حاصلضرب دو عبارت جبری صفر باشد ( $A \times B = 0$ ) پس می توان نتیجه گرفت یکی از آنها برابر صفر بوده است.

## مثال :

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \xrightarrow{\text{اتحاد جمله مشترک}} (x-2)(x-3) = 0 \Rightarrow x-2 = 0 \Rightarrow x=2$$
$$x-3 = 0 \Rightarrow x=3 \quad \text{یا}$$



## روش ریشه گیری:

در صورتی که  $a \geq 0$  باشد، ریشه های معادله  $x^2 = a$  برابرند با:  $x = \sqrt{a}$  ،  $x = -\sqrt{a}$

مثال:

$$(x-1)^2 = 4 \xrightarrow{\text{ریشه گیری}} (x-1)^2 = 2^2 \Rightarrow \begin{matrix} x-1 = 2 & x = 3 \\ x-1 = -2 & x = -1 \end{matrix}$$

یا



## روش مربع کامل کردن:

برای حل معادله درجه دوم به این روش لازم است تا ۵ مرحله را انجام دهیم.

① اگر  $a \neq 1$  باشد، لازم است ضریب  $x^2$  را از بین ببریم پس کل معادله را بر  $a$  تقسیم می کنیم. (در اغلب مثال ها  $a$  را برابر ۱ قرار می دهند.)

$$2x^2 + x + 1 = 0 \xrightarrow{\text{تقسیم به ۲}} x^2 + \frac{x}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

② جملاتی را که  $x$  دارند سمت چپ نگه می داریم و عدد های ثابت را به سمت راست منتقل می کنیم.

$$x^2 + \frac{x}{2} = -\frac{1}{2}$$

③ نصف ضریب  $x$  را به توان ۲ می رسانیم و به طرفین معادله اضافه می کنیم.

$$\frac{1}{2}x \xrightarrow{\text{تقسیم به ۲}} \frac{1}{4} \xrightarrow{\text{توان دو و اضافه به طرفین}} x^2 + \frac{x}{2} + \left(\frac{x}{4}\right)^2 = -\frac{1}{2} + \left(\frac{x}{4}\right)^2$$



## روش مربع کامل کردن:

برای حل معادله درجه دوم به این روش لازم است تا ۵ مرحله را انجام دهیم.

④ سمت چپ تساوی را بصورت اتحاد مربع دو جمله ای می نویسیم .

$$\left(x + \frac{x}{4}\right)^2 = -\frac{1}{2} + \left(\frac{x}{4}\right)^2$$

⑤ به کمک روش ریشه گیری ، معادله را حل می کنیم .  
(ادامه حل تمرین به عهده دانش آموز)





# حل از طریق دلتا:

به کمک فرمول  $b^2-4ac$  که فرمول دلتا نام دارد می توان به جواب های معادله رسید.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

با قرار دادن دلتا در این فرمول به جواب های معادله می رسیم

اگر  $\Delta > 0$  باشد، معادله دو جواب حقیقی متمایز دارد.

اگر  $\Delta = 0$  باشد معادله فقط یک ریشه (جواب ها حقیقی و یکسان هستند) دارد. ریشه

از فرمول  $x = -\frac{b}{2a}$  بدست می آید.

اگر  $\Delta < 0$  باشد، معادله جواب ندارد.

## نکته های تستی

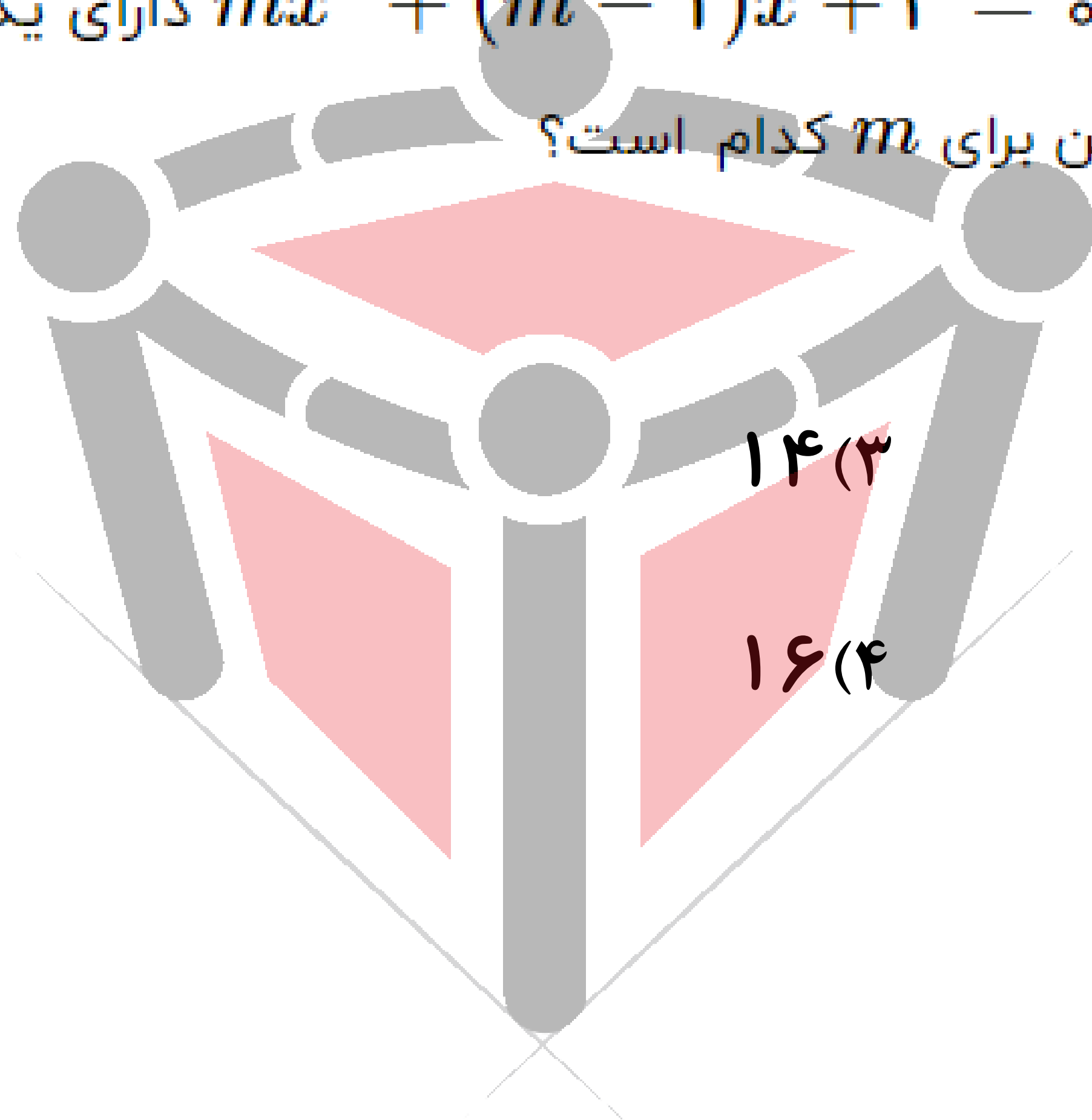
۱. اگر در معادله درجه دوم،  $a+c=b$  باشد، یکی از جواب ها برابر  $-1$  و دیگری برابر  $-\frac{c}{a}$  است.
۲. اگر جمع ضرایب معادله صفر شود  $(a+b+c)=0$ ، یکی از جواب ها  $1$  و دیگری برابر  $\frac{c}{a}$  است.
۳. در معادله درجه دوم اگر علامت  $\frac{c}{a}$  منفی باشد، معادله همواره دو ریشه حقیقی دارد.







معادله درجه دوم  $mx^2 + (m - 1)x + 3 = 0$  دارای یک ریشه مضاعف است.  
مجموع مقادیر ممکن برای  $m$  کدام است؟



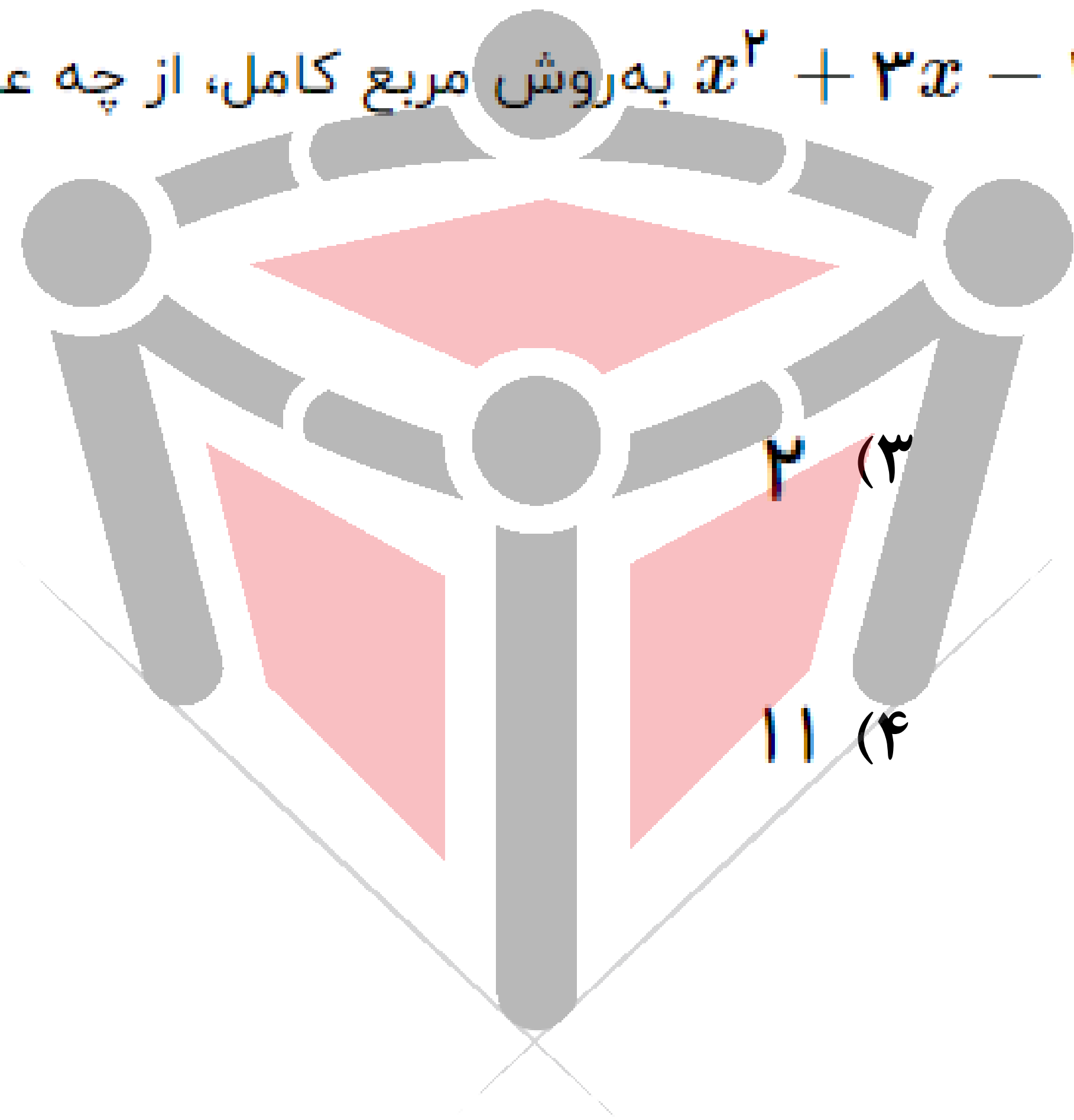
۱۲ (۱)

۱۳ (۲)





در حل معادله  $x^2 + 3x - 2 = 0$  به روش مربع کامل، از چه عددی جذر گرفته می شود؟



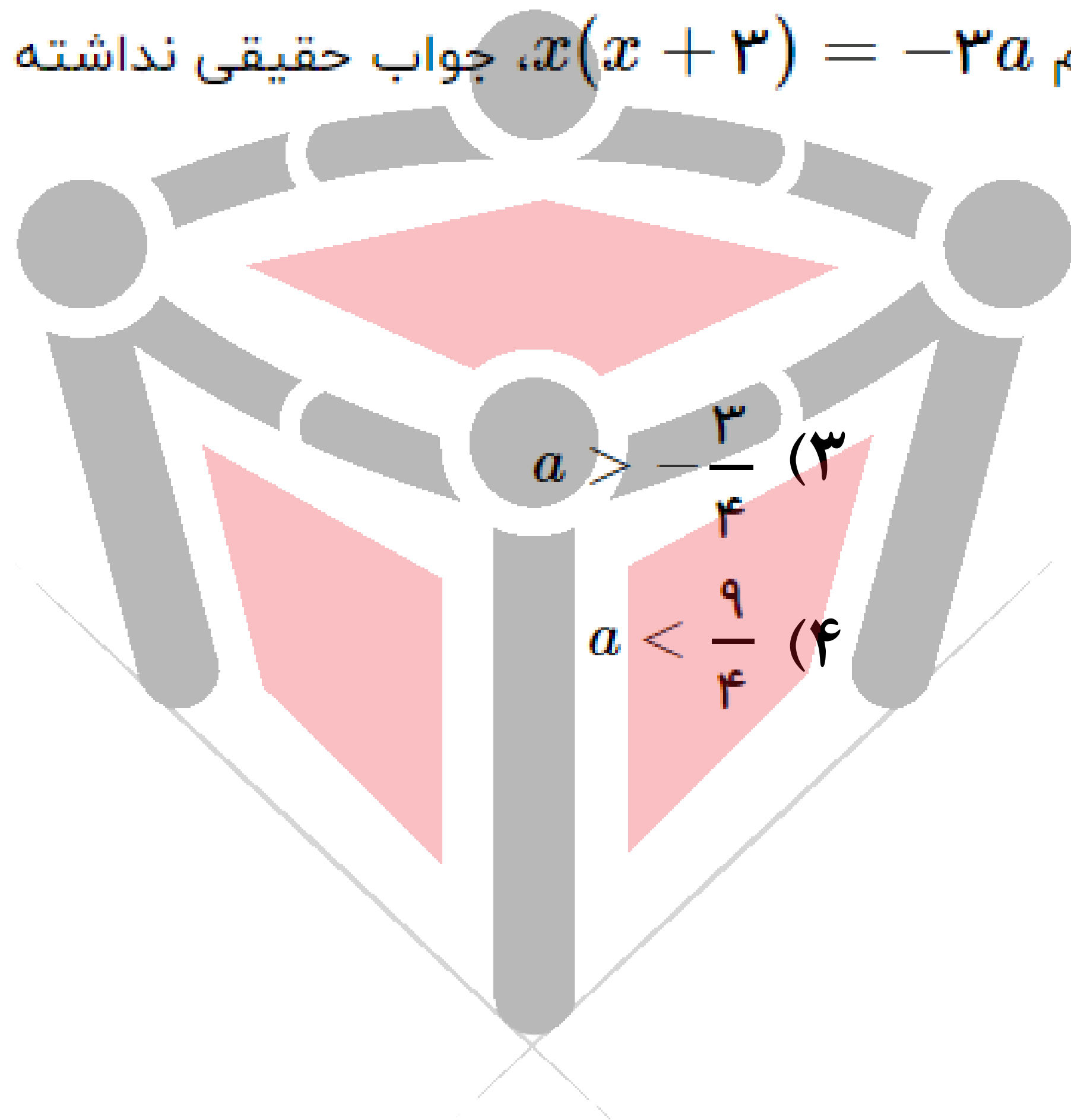
$$\frac{17}{4} \quad (1)$$

$$9 \quad (2)$$





اگر معادله درجه دوم  $x(x + 3) = -3a$ ، جواب حقیقی نداشته باشد، حدود  $a$  کدام است؟



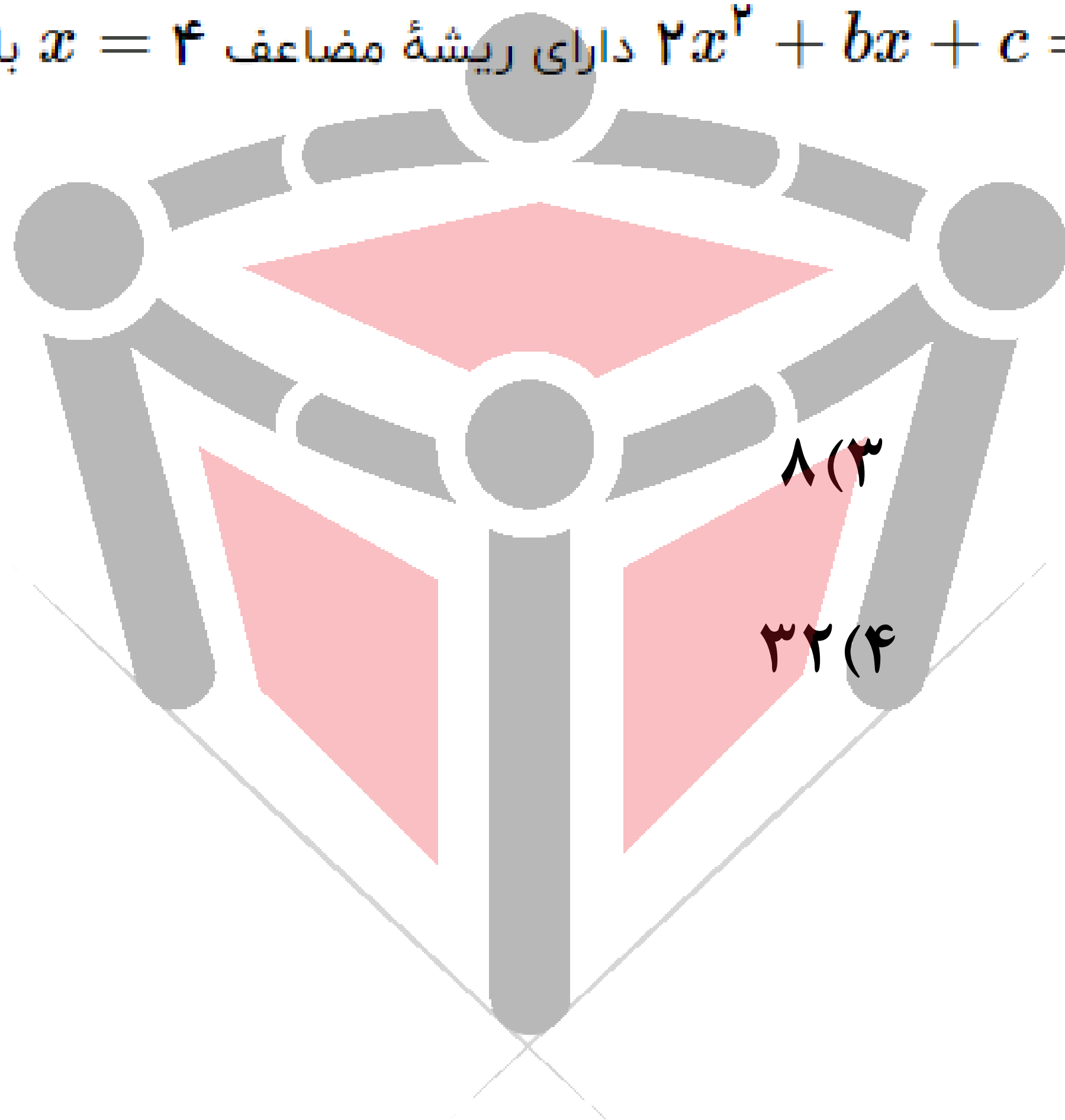
$$a > \frac{3}{4} \quad (1)$$

$$a < \frac{3}{4} \quad (2)$$





اگر معادله درجه دوم  $2x^2 + bx + c = 0$  دارای ریشه مضاعف  $x = 4$  باشد، مقدار  $b + c$  کدام است؟

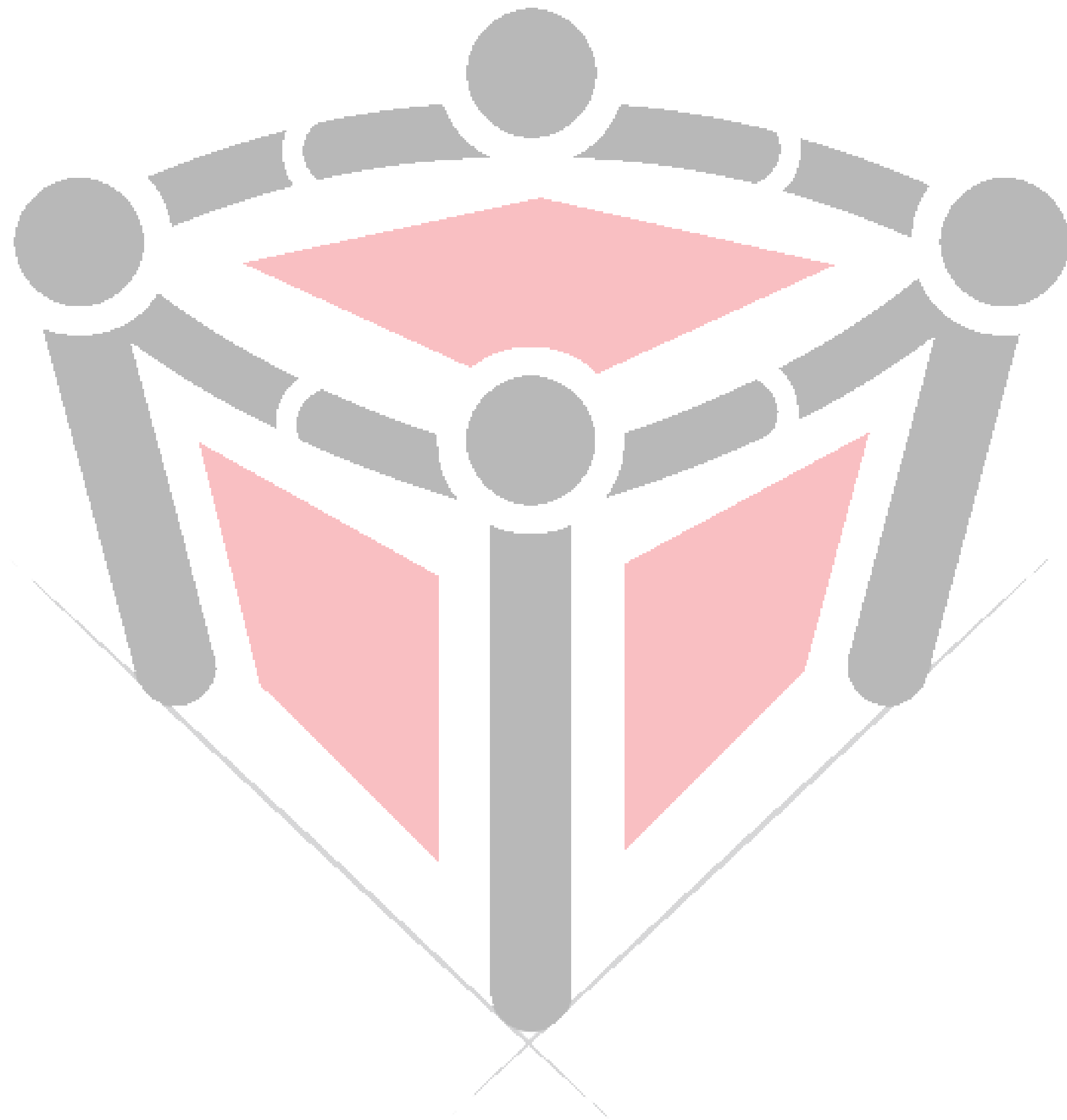


۱۶ (۱)

۴ (۲)



معادله  $(x + 2)(-x^2 + x - 1) = 0$  چند ریشه حقیقی دارد؟



۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳