جزوه تست گسسته

مبحث: ترکیبات(پارت اول)

تهیه و تنظیم: گروه آموزشی مکعب

مباحثی در ترکیبیات:

فرض کنید شخصی می‌خواهد طبق مسیرهای رسم‌شده، از نقطهٔ **A** به نقطهٔ **C** برود.
او باید ابتدا از یکی از مسیرهای غیرخط‌چین «و» سپس از یکی از مسیرهای خط‌چین **عبور** کند.

تعداد روش‌های مختلف برای انتخاب مسیر برابر است با:

۳ × ۲ = ۶

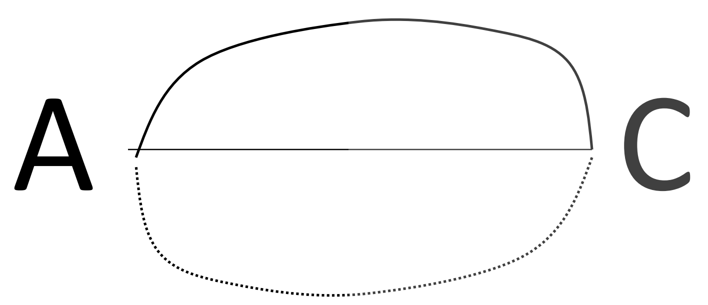
۳: تعداد مسیر غیرخط‌چین

۲: تعداد مسیر خط‌چین

اصل ضرب: اگر کاری شامل دو مرحله باشد؛ به‌طوری که برای انجام مرحلهٔ اول **m** **روش** وجود داشته باشد و پس از انجام هرکدام از این **m** انتخاب مرحلهٔ اول، **بتوان مرحلهٔ** دوم را به **n** روش انجام داد، در کل کار موردنظر را به **mn** روش می‌توان **انجام داد.**

ترکیبات:

حال فرض کنید شخصی می‌خواهد طبق شکل مقابل از A به C برود. او باید از یکی از مسیرهای غیرخط‌چین «یا» از یکی از مسیرهای خط‌چین عبور کند. تعداد روش‌های مختلف برای انتخاب مسیر برابر است با:



۲+۱=۳

مسیر غیر خط چین — مسیر خط چین

اصل جمع: اگر کاری را بتوان به دو روش انجام داد؛ به‌طوری که در روش اول m انتخاب و در روش دوم n انتخاب وجود داشته باشد، برای انجام کار موردنظر m+n روش وجود دارد.

نکته: باتوجه به دو مثال بالا، کلمهٔ «و» بین دو فعالیت، متناظر با اصل ضرب **است و به‌همین ترتیب کلمهٔ «یا» متناظر با اصل جمع است.**

نکته : اصل جمع و ضرب را می‌توان برای کارهای بیش از دو مرحله یا دو **روش نیز تعمیم** داد.

نکته : در برخی سؤالات ممکن است شمارش تعداد حالات مطلوب و موردنظر **ما کاری طولانی** و طاقت‌فرسا باشد و در عوض ممکن است شمارش تعداد حالات نامطلوب **ساده باشد.** در چنین شرایطی می‌توان برای به‌دست آوردن تعداد حالات مطلوب، **ابتدا تعداد حالات** نامطلوب را به‌دست آورد و سپس از تعداد کل حالات کم کرد. زیرا می‌دانیم که:

تعداد حالات نامطلوب + تعداد حالات مطلوب = تعداد کل **حالات**

نکته : اگر چند شیء متمایز داشته باشیم، به هر حالت چیدن آن‌ها **کنارهم، یک جایگشت** از آن اشیاء می‌گوییم.

نکته: اگر n یک عدد طبیعی باشد $n!$ برابر است با: حاصلضرب اعداد ۱ تا n

نکته : $0!$ برابر است با: ۱

نکته : تعداد جایگشت n شیء متمایز برابر است با: $n!$

نکته : اگر چند شیء متمایز داشته باشیم، به هر حالت چیدن آن‌ها کنارهم، یک جایگشت از آن اشیاء می‌گوییم.

نکته: جایگشت n شیء که k_1 تای آن‌ها از نوع اول، k_2 تای آن‌ها از نوع دوم، k_3 تای آن‌ها از نوع سوم و ... و k_m تای آن‌ها از نوع mام باشد، و به گونه‌ای که $k_1+k_2+...k_m=n$ برابر است با:

$$\frac{n!}{k_1!k_2!\cdots k_m!}$$

نکته: اگر n شخص بخواهند دور یک میز بنشینند، تعداد جایگشت‌ها برابر است با:

$$(n-1)!$$

نکته : اگر با n مهرهٔ متمایز بخواهیم یک گردنبند بسازیم، تعداد جایگشت‌ها برابر است با:

$$\frac{(n-1)!}{2}$$

تست های مبحث

با حروف a، a، a، b، b، c و c، چند کلمهٔ ۳ حرفی ساخته می‌شود؟

۱) ۲۴

۳) ۲۶

۲) ۲۷

۴) ۲۵

با ارقام ۲۴۶۷۷۵۵۵، چند عدد ۸رقمی می توان ساخت به‌طوری که هیچ دو رقم زوجی کنار هم قرار نگیرند؟

۱) ۱۲۰۰

۲) ۶۰۰

۳) ۲۰۰

۴) ۱۲۰

با ارقام ۰، ۱، ۳، ۵، ۶، ۷ و ۹، چند عدد سه‌رقمی زوج می‌توان نوشت به‌طوری که در آن‌ها «رقم یکان $<$ رقم دهگان $<$ رقم صدگان» باشد؟

۱) ۱۵
۲) ۱۶
۳) ۲۰
۴) ۲۲

یک کارمند در هفته ۶ روز (از شنبه تا پنج‌شنبه) سرکار می‌رود. او در هر هفته سه روز از مترو، دو روز از اتوبوس و یک روز از تاکسی برای رسیدن به محل کار استفاده می‌کند. این کارمند به چند طریق می‌تواند برنامهٔ هفتگی سفرهایش به محل کار را بچیند؟

۱) ۱۲۰

۲) ۶۰

۳) ۲۰

۴) ۳۰۰

با توجه به تساوی زیر، mچند است؟

$$\frac{(m+۱)!}{(m-۱)!}=۵۶$$

۱) ۶

۲) ۷

۳) ۸

۴) ۹